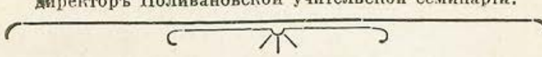
В. Беллюстинъ,

директоръ Поливановской учительской семинаріи.



МЕТОДИКА АРИѲМЕТИКИ.

ЧАСТЬ I:

курсъ младшаго отдѣленія начальной школы.

Изданіе 5-е, печатанное съ измѣненіями съ 4-го, допущеннаго Учен. Ком. М. Н. П. въ учительскія библіотеки низшихъ училищъ.

Цѣна 20 коп.






МОСКВА.
Типографія Г. Лисснера и Д. Собко.
Воздвиженка, Крестовоздвиж. пер., д. 9.
1910.

В. Беллюстинъ,

директоръ Поливановской учительской семинаріи.

МЕТОДИКА АРИѲМЕТИКИ.

ЧАСТЬ I:

курсъ младшаго отдѣленія начальной школы.

Изданіе 5-е, печатанное съ измѣненіями съ 4-го, допущеннаго Учен. Ком. М. Н. П. въ учительскія библіотеки низшихъ училищъ.

Цѣна 20 коп.



Того же автора: «Задачникъ» 4 выпуска 12, 12, 15 и 12 коп. и «Методика», годъ II, III, IV по 20 коп.
«Дневникъ занятій» 15 коп. «Какъ постепенно дошли люди до настоящей ариѳметики» 75 коп.



МОСКВА.
Типографія Г. Лисснера и Д. Собко.
Воздвиженка, Крестовоздвиж. пер., д. 9.
1910.



ПРЕДИСЛОВІЕ.

Предлагаемая вниманію читателя книжка вполнѣ соотвѣтствуетъ примѣрной программѣ начальной ариѳметики, изданной Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія въ 1897 году для народныхъ училищъ. Программа эта сохранила свое значеніе до сихъ поръ, я ее считаю удобной и выполнимой, и ссылаюсь въ этомъ случаѣ на мнѣніе многихъ учительскихъ совѣщаній, одобрившихъ въ общемъ эту программу.

Способы, изложенные въ моей методикѣ, провѣрены мной на непосредственныхъ, личныхъ занятіяхъ съ учениками начальной школы въ теченіе нѣсколькихъ лѣтъ и предложены были вниманію многочисленныхъ учителей, которыхъ я имѣлъ честь видѣть своими слушателями и собесѣдниками на 17 учительскихъ курсахъ и 1 учительскомъ съѣздѣ. Но я далекъ отъ того, чтобы считать свои способы единственными, примѣнимыми всегда и вполнѣ. Наоборотъ, я горячо совѣтовалъ бы принимать во вниманіе развитіе дѣтей и мѣстныя школьныя условія и вносить въ методику тѣ необходимыя измѣненія, которыхъ требуетъ учебная жизнь. Не даромъ говоритъ Дистервегъ: «въ рукахъ истиннаго педагога учительство слагается въ свободное искусство и онъ налагаетъ на всѣхъ своихъ учениковъ печать своего духа».

Въ 4 и 5 изд. внесены нѣкоторыя измѣненія, зависящія главнымъ образомъ отъ того, что методика

ариѳметики съ теченіемъ времени испытываетъ измѣненія подъ вліяніемъ науки, школьнаго опыта и устройства школъ. Въ настоящее время выдвинуты на очередь важные методическіе вопросы: о наглядномъ обученіи въ первомъ году (вопросъ поставленъ экспериментальной педагогикой), о замѣнѣ устарѣвшихъ, искусственныхъ (больш. част. такъ называемыхъ типическихъ) задачъ вычисленіями и задачами, входящими въ кругъ домашней и школьной, сельской и городской жизни. Еще возбуждены вопросы о расширеніи курса народной школы, распредѣленіи его по годамъ и введеніи въ курсъ ариѳметики геометрическихъ свѣдѣній. На всѣ эти вопросы авторъ старается дать въ 4 выпускахъ методики посильный самостоятельный отвѣтъ.

Пятый выпускъ методики, а также методика геометріи готовятся къ печати.

Краткій очеркъ развитія ариѳметики.

Ариѳметика — наука не новая. Свой возрастъ она считаетъ тысячами лѣтъ. Задолго до Рождества Христова ариѳметическія знанія были у египтянъ, халдеевъ и китайцевъ. Знанія эти заключались въ цыфрахъ, нумераціи, сложеніи и вычитаніи, въ вычисленіяхъ съ мѣрами, отчасти же касались и умноженія съ дѣленіемъ и даже дѣйствій надъ дробями. У всѣхъ этихъ народовъ, а также въ древней Греціи и Римѣ ариѳметика не пошла далеко. Главная причина такого неуспѣха состояла въ томъ, что не была еще выяснена и разработана десятичная нумерація, поэтому обозначеніе чиселъ было дѣломъ нелегкимъ, а дѣйствія надъ ними считались и очень трудными. Лишь въ III вѣкѣ по Р. X. обозначилась идея десятичной нумераціи, и тотъ народъ, которому удалось до нея додуматься — индусы — сталъ разставлять цыфры отъ правой руки къ лѣвой по разрядамъ. Въ VIII столѣтіи мы въ первый разъ встрѣчаемъ нуль, а до тѣхъ поръ мѣста пропущенныхъ разрядовъ обозначались пустыми клѣтками. Въ это же время индусская система была перенята арабами и ими принесена въ Европу подъ именемъ своей, такъ что и въ наше время цыфры, по существу индусскія, слывутъ подъ именемъ арабскихъ. Трудны были пріемы, которыми первоначально производились ариѳметическія дѣйствія, и лишь въ послѣдніе вѣка, въ концѣ XVIII и въ XIX, они достигли той упрощенной формы, которой пользуемся мы. Вотъ образецъ дѣленія, взятый изъ ариѳметики Магницкаго (учебника 1703 года, служившаго нашему Ломоносову): раздѣлить 5175 на 15.

6
5175 { 345
1555
4505
11
67

Здѣсь дѣлимое 5175 помѣщено во второй строкѣ, частное находится справа, дѣлитель 15 переписывается трижды (въ третьей и пятой строкахъ), четвертая и шестая строка отведены отдѣльнымъ произведе-

ніямъ, а верхняя — остатку отъ вычитанія. Изъ этого видно, что цыфры расположены довольно несистематично и неудобно, такъ что сбиться въ нихъ очень легко. И вообще ариѳметическіе пріемы, практиковавшіеся до средины XVIII столѣтія, отличались сложностью, сбивчивостью и трудностью. Отсюда и проистекало то мнѣніе, что ариѳметика — предметъ не легкій, что изучать ее не всѣмъ подъ силу. Это ошибочное мнѣніе раздѣляется нѣкоторыми и въ настоящее время. На самомъ же дѣлѣ, если учить дѣтей яснымъ и точнымъ ариѳметическимъ выводамъ и излагать имъ простые и доступные способы вычисленій, то ариѳметика не будетъ для учащихся труднѣе, чѣмъ какой-нибудь другой учебный предметъ, и не потребуетъ она какихъ-то особенныхъ математическихъ способностей, если матеріалъ ея разработанъ и не запутанъ. Изъ этого слѣдуетъ, что учителю надо хорошо знать тотъ предметъ, которому онъ учитъ, чтобы ясно представлять себѣ всѣ тѣ свѣдѣнія, которыя надо передать ученикамъ, и умѣть выбрать наиболѣе обработанные способы и наиболѣе ясные выводы. Хорошее знаніе учебныхъ предметовъ — первое условіе учительства, и никакимъ искусствомъ, никакой старательностью нельзя развить въ себѣ умѣнье другихъ учить тому, что неизвѣстно самому.

Понятіе о методикѣ ариѳметики.

Не одна только трудность, сложность и неразработанность ариѳметическихъ вычисленій тяготила учениковъ, занимавшихся ариѳметикой въ школахъ древняго міра, въ средневѣковыхъ школахъ и даже въ школахъ XVI—XVIII вѣковъ. Ариѳметика являлась трудной вслѣдствіе трудности способовъ преподаванія, которые обыкновенно были отвлеченными и мало приспособленными къ силамъ и запросамъ учащихся. Знаменитый педагогъ Коменскій (XVII ст.) и въ особенности Песталоцци (XVIII ст.) обратили вниманіе учителей на то, что ариѳметику надо начинать со счета предметовъ и основывать ее на этомъ счетѣ и что вообще преподаваніе ея надо сдѣлать доступнымъ для дѣтей. Благодаря стараніямъ этихъ двухъ педагоговъ, а также и другихъ, были разработаны цѣли преподаванія ариѳметики и тѣ способы, которыми эти цѣли достигаются «легко, пріятно, основательно» (слова Коменскаго).

Указаніе цѣлей преподаванія ариѳметики, а также тѣхъ путей, которыми достигаются эти цѣли, и составляетъ содержаніе методики ариѳметики.

Методика основывается, съ одной стороны, на общихъ положеніяхъ

психологіи и дидактики, а съ другой стороны, вытекаетъ изъ спеціальныхъ свойствъ учебнаго предмета, въ данномъ случаѣ ариѳметики.

Учителю необходимо знать методику, такъ какъ иначе кругозоръ его въ преподаваніи будетъ ограниченъ; онъ, какъ самоучка, будетъ пользоваться только личнымъ опытомъ и не поможетъ себѣ тѣми свѣдѣніями, какія даетъ педагогическая наука и опытъ другихъ учителей.

Цѣли преподаванія ариѳметики.

Всякій учебный предметъ, а слѣдовательно и ариѳметика, преслѣдуетъ двѣ главныхъ цѣли. Первая изъ нихъ — образовательная, она состоитъ въ развитіи способностей человѣка; вторая — практическая, имѣющая въ виду знаніе и умѣнье, непосредственно приложимыя къ практической жизни.

Какія же способности развиваются при изученіи ариѳметики, то-есть въ чемъ состоитъ въ этомъ случаѣ образовательная цѣль? Прежде всего надо сказать, что развиваются, главнымъ образомъ, умственныя способности, именно разсудокъ и собственно умъ. Что же касается рѣчи и характера человѣка, то на нихъ изученіе ариѳметики оказываетъ косвенное вліяніе.

Разсудокъ развивается потому, что ариѳметика даетъ много поводовъ для сравненія, различенія и отождествленія; въ ней приходится обобщать и получать отвлеченныя понятія. Все это содѣйствуетъ развитію сужденія.

Умъ укрѣпляется и пріобрѣтаетъ силу на выводахъ и заключеніяхъ, а ихъ не мало въ ариѳметикѣ, такъ какъ вся она состоитъ изъ изученія о дѣйствіяхъ, дѣйствія же выводятся послѣдовательно изъ простого счета. Рѣшеніе задачъ также представляетъ много данныхъ для упражненія въ выводахъ, какъ синтетическихъ, такъ и аналитическихъ.

Память при изученіи ариѳметики тоже необходима. Дѣйствительно, всякое умственное пріобрѣтеніе человѣка имѣетъ свойство оставаться въ его сознаніи и притомъ тѣмъ крѣпче, чѣмъ тѣснѣе оно связано съ другими свѣдѣніями человѣка. Это такъ называемая ассоціативная память, и она-то имѣетъ большое примѣненіе въ изученіи ариѳметики.

Изъ этого вытекаетъ, что ариѳметика, несомнѣнно, преслѣдуетъ образовательную цѣль и достигаетъ ея въ довольно значительной степени, такъ что занимаетъ въ этомъ отношеніи высокое мѣсто среди другихъ учебныхъ предметовъ.

Вторая цѣль обученія — практическая, состоящая въ томъ, чтобы научить производству дѣйствій надъ цѣлыми и дробными числами,

отвлеченными и именованными, а также научить примѣненію этихъ дѣйствій къ рѣшенію задачъ, содержаніе которыхъ взято изъ сферы общечеловѣческихъ отношеній.

Начальная ариѳметика работаетъ не съ отвлеченнымъ матеріаломъ, а съ конкретнымъ, взятымъ изъ дѣйствительности. И вотъ, при выборѣ матеріала хорошій учитель пользуется тѣми данными и фактами, которые прямо взяты изъ окружающей обстановки, не выходятъ за предѣлы дѣтскаго міросозерцанія, соотвѣтствуютъ дѣйствительности и готовятъ вообще къ жизни разумной и трудовой.

Обѣ цѣли находятся между собой въ тѣсной связи и взаимно дополняютъ другъ друга. Такъ, развитіе ума невозможно безъ пріобрѣтенія знаній, и наоборотъ, накопленіе знанія и умѣнія ведетъ къ укрѣпленію ума. Трудно указать случаи, особенно въ области ариѳметики, гдѣ бы цѣли практическая и образовательная противорѣчили другъ другу и принуждены были мѣшать одна другой. Поэтому у хорошаго учителя обѣ цѣли обученія достигаются одновременно, при взаимной поддержкѣ. Правда, иногда въ погонѣ за быстротой представляется заманчивымъ сообщить какой-нибудь практическій навыкъ безъ достаточнаго объясненія и вывода и тѣмъ какъ бы нанести уронъ образовательной цѣли; но всѣ уклоненія обыкновенно наказываютъ сами себя, какъ, напримѣръ, и въ этомъ случаѣ: навыкъ, пріобрѣтенный скоро и безъ достаточнаго пониманія, скоро можетъ и забыться.

Итакъ, повторимъ еще разъ: преподаваніе ариѳметики должно преслѣдовать одновременно и совмѣстно двѣ цѣли: образовательную и практическую

Обученіе должно основываться на наглядности.

Чтобы выполнить съ успѣхомъ требованія образовательной цѣли, надо развивать разсудокъ и умъ послѣдовательно, въ соотвѣтствіи съ тѣми законами, какіе даетъ психологія. Каковы же законы развитія мысли? Первый и основной изъ нихъ состоитъ въ томъ, что мысль питается внѣшними впечатлѣніями: возбуждается ими, перерабатываетъ ихъ и соединяетъ запасъ ихъ въ систематическое, связное цѣлое. Такъ какъ исходнымъ пунктомъ мысли является внѣшнее впечатлѣніе, то отсюда прямо вытекаетъ требованіе наглядности; безъ нея нельзя обойтись во всѣхъ тѣхъ учебныхъ предметахъ, гдѣ запасъ представленій недостаточенъ и требуется пополнять его каждый разъ до того количества, которое дѣлаетъ возможной обработку этихъ представленій въ понятія. Иногда случается и такъ, что запасъ представленій

есть, но они блѣдны и смутны, т.-е. слабы и не разграничены другъ съ другомъ. Въ такихъ случаяхъ тоже нужна наглядность.

Наглядность не должна ограничиваться одними зрительными впечатлѣніями и состоять только въ показываніи незнакомыхъ предметовъ и неясныхъ процессовъ. Наглядность надо понимать шире, и примѣнять ее для всѣхъ органовъ чувствъ, когда нужнаго представленія у человѣка совсѣмъ нѣтъ, или оно смутно.

Намъ, взрослымъ, трудно представить себѣ, насколько дѣти нуждаются въ наглядности и какъ они любятъ ее. Они съ громаднымъ интересомъ и удовольствіемъ разсматриваютъ картинки, берутъ вещи въ руки, а малыя дѣти даже на языкъ; они прислушиваются къ незнакомымъ звукамъ. Все это свидѣтельствуетъ о безотчетномъ стремленіи къ накопленію представленій, такъ какъ представленія служатъ основной пищей для мысли, а мыслить свойственно живому человѣку. Занимаясь съ малыми дѣтьми, учитель никогда не долженъ бояться, что онъ беретъ слишкомъ много наглядности; есть хорошее средство, которое даетъ понять, что наглядности достаточно: дѣти сами, безъ всякаго понужденія, переходятъ къ мышленію отвлеченному, когда у нихъ въ распоряженіи оказывается достаточный запасъ представленій. Такимъ образомъ наглядность является лишней только тогда, когда уже образовалось ясное понятіе, или когда для образованія понятія накопилось полное количество представленій или простѣйшихъ понятій.

Общій порядокъ, который опредѣляетъ правильное пользованіе наглядностью, долженъ быть таковъ: отъ нагляднаго надо переходить къ предметному, а отъ предметнаго къ отвлеченному. Напр., въ самомъ началѣ ариѳметики, когда проходится счетъ, надо сперва вести счетъ на предметахъ, чтобы дать этимъ возможность образоваться необходимому числу представленій счета и числовыхъ группъ; затѣмъ переходить надо къ именованнымъ числамъ, т.-е. къ счету такихъ предметовъ, которые мы лишь воображаемъ, и, наконецъ, заняться счетомъ отвлеченнымъ.

Необходимымъ условіемъ разумнаго усвоенія является самодѣятельность.

Подобно тому, какъ желудокъ человѣческій принимаетъ пищу извнѣ и потомъ перерабатываетъ ее, приспособляя къ потребностямъ организма, такъ точно и умъ получаетъ внѣшнія впечатлѣнія и затѣмъ ихъ перевариваетъ, сплетая изъ нихъ сѣть знаній. При этомъ работа ума не можетъ замѣняться какой-либо внѣшней помощью и должна

быть работой его собственной, иначе умъ не будетъ укрѣпляться, а будетъ слабѣть и можетъ атрофироваться, подобно любому органу, который атрофируется, если его лишить дѣятельности. Такимъ образомъ, если обученіе имѣетъ въ виду развивать умственныя способности, то оно должно непремѣнно проводить принципъ самодѣятельности. Внѣшняя помощь, т.-е. помощь учителя, будетъ доставлять въ этомъ случаѣ внѣшнія впечатлѣнія и располагать ихъ въ такомъ порядкѣ, чтобы они соотвѣтствовали силамъ и запросамъ ученика и чтобы усвоеніе ихъ являлось дѣломъ доступнымъ. Самый же процессъ пониманія, сужденія и вывода всецѣло долженъ принадлежать дѣятельности самого ученика, и только при этомъ условіи его умственныя способности развиваются. Искусный учитель располагаетъ учебный матеріалъ въ такомъ порядкѣ, чтобы матеріалъ этотъ шелъ въ постепенномъ и послѣдовательномъ усложненіи. Тогда получится рядъ ступеней, изъ которыхъ каждая слѣдующая возвышается надъ предыдущей настолько, что подъемъ на нее не превышаетъ личныхъ силъ ученика. Искусный учитель, которому удалось построить подобный рядъ ступеней, выполнилъ тѣмъ самымъ въ высшей мѣрѣ свое назначеніе, такъ какъ далъ полную возможность способностямъ ученика дѣйствовать и расти; онъ неизмѣримо выше того учителя, который не умѣлъ поставить своихъ питомцевъ на ноги, и они не въ силахъ шагу сдѣлать безъ его помощи.

Предоставляя ученикамъ самодѣятельность въ выводахъ и заключеніяхъ, учитель долженъ остерегаться давать имъ механическое заучиваніе. Запоминаніе непонятнаго и неяснаго приноситъ большой вредъ уму, такъ какъ оставляетъ пробѣлъ и перерывъ въ сѣти мыслей. Получая отъ учителя, главнымъ образомъ, запасъ впечатлѣній, ученикъ долженъ сводить ихъ въ понятія и выводить изъ нихъ заключенія, которыя крѣпко будутъ держаться въ сознаніи, если только опираются на первоначальныя живыя представленія. Если же ученіе приводится къ простому запоминанію, то въ этомъ случаѣ запоминаніе совершается только при помощи повторенія, является, слѣдовательно, безпочвеннымъ, вноситъ перерывы въ умственную дѣятельность, дѣлаетъ сознаніе смутнымъ и вредитъ развитію ума. Такимъ образомъ, принципъ самодѣятельности исключаетъ возможность механическаго запоминанія, при которомъ бездѣйствуетъ мышленіе и усвоиваются памятью готовые выводы.

Обученіе, основанное на самодѣятельности, является обученіемъ интереснымъ, какъ соотвѣтствующее силамъ и стремленіямъ учениковъ.

Напрасно думаютъ нѣкоторые, что ариѳметика не можетъ интересовать дѣтей по своей отвлеченности. Конечно, отвлеченное менѣе свойственно дѣтскому возрасту, чѣмъ зрѣлому человѣку, но оно по существу своему не противно дѣтской природѣ. Именно, когда накопился обильный запасъ представленій и они достигли требуемой силы, то нѣтъ ничего болѣе естественнаго и болѣе сообразнаго съ человѣческой природой, какъ перейти къ отвлеченной дѣятельности на основаніи этихъ представленій. Такъ и ариѳметика только тогда можетъ быть для дѣтей скучной и неинтересной, когда ихъ заставляютъ прямо приступать къ отвлеченной дѣятельности, не дожидаясь роста и зрѣлости представленій, и лишаютъ эту дѣятельность постепенности и свободы, при которыхъ только и мыслимо соотвѣтствіе между работой и силами и безъ которыхъ не проявляется естественнаго стремленія живого человѣка къ дѣятельности.

Лучшая форма обученія въ школахъ, при которой болѣе всего дается просторъ самодѣятельности, это катихизическая съ добавленіемъ умѣло подобранныхъ самостоятельныхъ работъ. При этой формѣ учитель направляетъ дѣятельность учениковъ, вызывая въ нихъ своими вопросами стремленіе разрабатывать одинъ пунктъ за другимъ. Правильная катихизическая форма и должна быть направляющей, т.-е. организующей работу, но никакъ не выполняющей ее. Когда учитель дѣлаетъ выводы самъ за учениковъ и заставляетъ ихъ лишь запоминать результаты, то это уже извращенная катихизическая форма, и она теряетъ весь свой смыслъ, такъ какъ противорѣчитъ началу самодѣятельности.

Заслуживаютъ вниманія слова, которыя мы заимствуемъ изъ одной нѣмецкой методики, вышедшей въ 1909 году*): «Наивысшаго осужденія заслуживаетъ ненужная помощь учителя. Въ ней гораздо больше вреда, чѣмъ принято думать. Руководительство въ каждой мелочи, нетерпѣливое прерываніе ученика, вытягиваніе изъ него отвѣтовъ подсказывающими вопросами, ненужныя вставки и исправленія въ его рѣчи — все это нарушаетъ послѣдовательность мысли ученика, пріучаетъ его разсчитывать на чужую помощь и приводитъ къ тому, что ученикъ не рѣшается сдѣлать ни одной задачи безъ учителя.

Наоборотъ, если дѣтей пріучать къ самостоятельному обдумыванію, то въ нихъ вырабатывается навыкъ въ счетѣ, умѣнье самостоятельно разбираться въ задачахъ и готовность поступать къ тѣмъ числовымъ вопросамъ, которые встрѣчаются въ жизни.

*) Hanft. Altes und Neues zum Rechenunterrichte.

Упражненія и навыки составляютъ необходимый элементъ обученія.

Психическая жизнь человѣка заключается не въ одномъ только накопленіи представленій и послѣдующей обработкѣ ихъ, т.-е. мышленіи. Психическая дѣятельность будетъ незаконченной и оставитъ въ человѣкѣ чувство неудовлетворенности, если вызванныя ею представленія не проявятся въ дѣйствіи. Потребность дѣйствовать настолько же законна и сообразна съ природой человѣка, какъ и потребность наблюдать и мыслить. Обученіе будетъ скучнымъ, неинтереснымъ, если учащійся не видитъ цѣли, для которой онъ учится и не примѣняетъ своихъ мыслей къ дѣлу, т.-е. не проявляетъ того, что онъ знаетъ, въ дѣйствіи. Отсюда вытекаетъ, что упражненіе — необходимый элементъ обученія. При повтореніи упражненія получается навыкъ, имѣющій цѣну и въ образовательномъ и въ практическомъ отношеніи. Человѣкъ, обладающій навыками, обладаетъ въ то же время достаточной рѣшительностью и силой воли. Въ практическомъ отношеніи навыкъ является необходимымъ условіемъ дѣятельности. Невозможно каждый разъ обдумывать всѣ подробности, необходимо вспомогательныя знанія держать крѣпко въ памяти; психическая сила человѣка, подобно мускульной, ограничена, и если человѣкъ будетъ всякій разъ начинать выводъ снова, съ самаго его основанія, то за время своего ученія онъ можетъ пройти слишкомъ мало выводовъ изъ всего числа необходимыхъ выводовъ

Навыкъ пріобрѣтается главнымъ образомъ на самостоятельныхъ работахъ. Желательно, чтобы самостоятельныя работы стояли въ тѣснѣйшей связи съ занятіями съ учителемъ. Желательно напр., чтобы учитель, занимающійся съ 2 отдѣленіями, дѣлилъ свое вниманіе между обоими, и пока одно отдѣленіе обдумываетъ и рѣшаетъ вопросъ, другое получало-бы разъясненія отъ учителя и указанія, что дѣлать дальше.

Необходимость упражненій въ ариѳметикѣ признается въ значительной мѣрѣ издавна, но не всегда обращалось должное вниманіе на пріобрѣтеніе навыковъ. Такъ, издавна для усвоенія ариѳметики предлагались задачи, но не всегда учителямъ удавалось развить въ ученикахъ умѣнье и навыкъ толково рѣшать задачи. Между тѣмъ рѣшеніе задачъ — наилучшій способъ для закрѣпленія пройденнаго, для уясненія преподаннаго; не говоримъ уже о практической цѣнности умѣнья рѣшать задачи*)

*) Глава о рѣшеніи задачъ помѣщена въ III вып. методики. Здѣсь, въ началѣ курса, также не безполезно съ ней познакомиться.

Обученіе ариѳметикѣ должно оказывать вліяніе на образованіе рѣчи ученика и на развитіе его характера.

Выше мы поименовали двѣ главныхъ цѣли обученія ариѳметикѣ: практическую и образовательную. Послѣднюю изъ нихъ нельзя понимать слишкомъ узко, въ смыслѣ одного только умственнаго развитія. Нѣтъ, преподаваніе всѣхъ учебныхъ предметовъ, а слѣд. и ариѳметики, должно развивать рѣчь ученика и улучшать его характеръ, качества его воли.

Подобно письменному знаку, т.-е. цыфрѣ, которая служитъ для выраженія числа, и слово также необходимо для обозначенія тѣхъ понятій, которыя вырабатываются при изученіи ариѳметики, и тѣхъ процессовъ, которые совершаются надъ этими понятіями. Преподаватель ариѳметики долженъ пріучать дѣтей къ изложенію связному, сжатому, точному, простому и ясному. При этомъ связное изложеніе должно быть какъ устное, такъ и письменное. Сжатость изложенія требуетъ, чтобы, стремясь къ полнотѣ мысли, ученикъ въ это время не расплывался и не тратилъ лишнихъ словъ; напр. въ ариѳметическихъ правилахъ пусть ученикъ указываетъ только существенныя стороны, основной ходъ, а всѣ второстепенныя, мелочныя подробности пусть пропускаетъ, такъ какъ онѣ или случайны, или само-собою вытекаютъ изъ основного хода. Точность языка нужна, несомнѣнно, въ ариѳметикѣ, какъ точной наукѣ. Точность дѣти должны, прежде всего, заимствовать отъ учителя: если учитель выражается точно, то и учащіеся будутъ говорить довольно точно. Простота языка также существенно необходима при изученіи ариѳметики, особенно же на начальныхъ ступеняхъ. Упрощая науку до дѣтскаго пониманія, съ тѣмъ чтобы довести ученика такимъ путемъ до пониманія истинной науки (если онъ продолжитъ образованіе), мы должны упростить и языкъ. Между мыслью и словомъ должно быть постоянное и строгое соотвѣтствіе въ трудности: паралельно съ ростомъ мысли объемъ языка дѣлается полнѣе, а характеръ его отвлеченнѣе. Но на первыхъ порахъ строгое научное изложеніе неумѣстно; наоборотъ, изложеніе должно быть доступнымъ, простымъ и образнымъ. Говоря, наконецъ, объ ясности изложенія, надо съ особенной силой подтвердить, что ясность изложенія требуетъ ясности мысли. Именно, рѣчь будетъ тогда ясной, когда созрѣла мысль, которую требуется выразить рѣчью. Рѣчь должна слѣдовать за мыслью, а не предшествовать ей, т.-е. всякій выводъ и всякое понятіе сперва обязательно должны образоваться въ сознаніи

ученика, и потомъ только ихъ слѣдуетъ выражать словами, но никакъ не наоборотъ. Старинное схоластическое обученіе и отличалось этимъ крупнымъ недостаткомъ, что оно стремилось дать учащимся прежде сего слова, а потомъ уже сообщало для этихъ словъ и подходящія, понятія, нерѣдко запутанныя и не приведенныя въ связь. Въ виду всего этого надо спрашивать дѣтей излагать только то, что ими хорошо обдумано и достаточно понято.

Дѣйствіе занятій математикой на характеръ человѣка заключается въ слѣдующемъ. Такъ какъ учебный матеріалъ этого предмета отличается точностью и неоспоримой достовѣрностью, то поэтому преподаваніе ариѳметики воспитываетъ въ учащихся настойчивость въ трудѣ увѣренность въ своихъ силахъ, послѣдовательность и аккуратность. Такъ какъ дѣти не на вѣру принимаютъ ариѳметическіе выводы, а приводятся къ нимъ силой сужденія, то уваженіе къ силѣ сужденія, какъ своей, такъ и чужой, является, обыкновенно, слѣдствіемъ занятій этимъ предметомъ.

Содержаніе начальнаго курса ариѳметики.

Начальная школа, которую наша методика имѣетъ, главнымъ образомъ, въ виду, ограничиваетъ курсъ ариѳметики 4 дѣйствіями надъ цѣлыми отвлеченными и составными именованными числами, а также простѣйшими долями, необходимыми въ практической жизни.

Такой объемъ ариѳметическихъ свѣдѣній опредѣляется, съ одной стороны, поставленными выше цѣлями, т.-е. образовательной и практической, а съ другой стороны, матеріальными условіями русской начальной школы.

Производство 4 дѣйствій должно быть устное и письменное, а въ сложеніи и вычитаніи цѣлыхъ чиселъ необходимо также пройти и выкладки на счетахъ, такъ какъ среди русскаго народа счеты пользуются большою распространенностью. Предѣлъ устнаго счета опять-таки устанавливается тѣмъ практическимъ соображеніемъ, что наиболѣе употребительныя и необходимыя устныя вычисленія заключаются въ предѣлѣ сотни, и, слѣдовательно, устный счетъ приходится полагать обязательнымъ въ предѣлѣ 100 и во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, которые прямо сводятся къ предѣлу 100, т.-е. если во время вычисленія встрѣчаются сложныя единицы выше сотни, но количество единицъ менѣе 100 напр., 12000×8 можно замѣнить черезъ 12×8). Устный счетъ выше 100 можно признать только желательнымъ, но не обязательнымъ, потому что новыхъ развивающихъ элементовъ сравнительно съ предѣломъ

100 онъ вноситъ мало, также и практическія удобства его невелики, такъ какъ человѣкъ, ведущій такія довольно большія вычисленія, вѣроятно, имѣетъ въ своемъ распоряженіи письменныя принадлежности, которыми и можетъ облегчить свой трудъ и сдѣлать его болѣе производительнымъ. Аналогичными соображеніями приходимъ мы и къ тому выводу, что письменное вычисленіе достаточно вести въ начальной школѣ въ предѣлѣ 100.000, такъ какъ ни цѣль развития ни потребности жизни не нуждаются въ распространеніи дѣйствій на очень большія числа, т.-е. билліоны и трилліоны.

Кромѣ производства дѣйствій, начальная школа должна научить дѣтей примѣнять дѣйствія къ рѣшенію задачъ, условія которыхъ соотвѣтствуютъ жизненнымъ отношеніямъ и развиваютъ соображеніе.

Теоретическая часть начальнаго курса, не задаваясь изученіемъ ариѳметики-науки, ограничивается сравненіемъ дѣйствій и ихъ способовъ, выводомъ производныхъ дѣйствій изъ основныхъ, указаніемъ краткихъ правилъ вычисленія и сообщеніемъ самыхъ необходимыхъ терминовъ.

До сихъ поръ мы имѣли въ виду русскую начальную школу установившагося типа, т.-е. съ трехгодичнымъ курсомъ ученія. Эта школа далеко уступаетъ школамъ другихъ государствъ по своей программѣ и по времени ученія. Поэтому ощущается большая потребность въ школѣ повышеннаго типа, съ четырехгодичнымъ и пятигодичнымъ курсомъ ученія. Что же проходить въ такихъ школахъ по ариѳметикѣ, и какова должна быть ихъ программа? Прежде всего, надо утвердить положеніе, что школа повышеннаго типа должна имѣть и повышенную программу и что нѣтъ основаній къ тому, чтобы содержаніе курса трехъ лѣтъ распредѣлять на 4 года безъ прибавленія матеріала. Наша программа начальной школы слишкомъ мала для того, чтобы не пользоваться всякимъ подходящимъ случаемъ для ея увеличенія. На нашъ взглядъ , въ 4 годъ надо пройти элементарный курсъ дробей, какъ простыхъ, такъ и десятичныхъ, а въ 5-й — повторить по краткому учебнику все пройденное съ тѣмъ, чтобы систематизировать разрозненныя ариѳметическія знанія, пополнить пробѣлы, которые могли оказаться по ходу дѣла, и обобщить всѣ данныя свѣдѣнія и навыки при помощи отвлеченныхъ выводовъ. При такой программѣ мы не вводимъ въ ариѳметику ничего алгебраическаго, такъ какъ имѣемъ дѣло во все время съ числомъ, а не съ количествомъ, и предоставляемъ 6-му году, если онъ имѣется въ какихъ-либо учебныхъ заведеніяхъ, развить главу о пропорціяхъ и о всѣхъ ариѳметическихъ свойствахъ,

которые лежатъ на рубежѣ между ариѳметикой и алгеброй. Програма, намѣченная нами для 4-го и 5-го года, представляется намъ выполнимой и практически полезной, такъ какъ даетъ свѣдѣнія, нужныя въ жизни; она же удовлетворяетъ и дидактическимъ положеніямъ, такъ какъ относитъ отвлеченіе и обобщеніе на самый конецъ курса. Что касается включенія простыхъ и десятичныхъ дробей въ программу одного четвертаго года, то два соображенія вліяютъ на такой выборъ: 1) прошедшій четырехгодичную школу выноситъ изъ нея нѣкоторый законченный матеріалъ и въ то же время не лишенъ возможности дополнить свое образованіе въ пятигодичной школѣ; 2) если простыя и десятичныя дроби проходятся въ одинъ годъ, по крайней мѣрѣ въ основныхъ чертахъ, то правила и свойства ихъ взаимно укрѣпляютъ другъ друга при помощи сравненія и вывода, такъ что дѣйствія надъ десятичными дробями можно всецѣло основать на дѣйствіяхъ съ простыми дробями, и благодаря этой связи лучше уясняется общее ученіе о дробяхъ.

Раздѣленіе ариѳметическаго матеріала на ступени.

Выше было объяснено, что необходимымъ условіемъ разумнаго преподаванія является самодѣятельность учащихся. Самодѣятельность же возможна лишь при послѣдовательномъ распредѣленіи матеріала, когда онъ располагается въ порядкѣ постепеннаго усложненія. Этотъ принципъ постепеннаго усложненія наиболѣе цѣлесообразно проявляется въ такъ называемомъ концентрическомъ обученіи, при которомъ вся сумма знаній располагается какъ бы паралельными кругами съ общимъ центромъ, такъ что каждая ступень включаетъ въ себѣ предыдущую ступень и сама входитъ въ составъ послѣдующей. На какія ступени распредѣлить по этой системѣ курсъ начальной ариѳметики, это не существенно важно, лишь бы при этомъ выполнялось 2 условія: а) матеріалъ усложнялся отъ простого къ сложному и б) каждая ступень имѣла бы свою ясно выраженную цѣль, къ которой бы настойчиво стремилось преподаваніе, при чемъ всѣ эти цѣли сходились бы въ одной конечной. Мы предлагаемъ 6 ступеней и считаемъ ихъ подходящими потому, что онѣ удовлетворяютъ поставленнымъ выше требованіямъ, но мы не отрицаемъ, что ступеней можно разработать больше шести или что вмѣсто шести можно взять гораздо меньше.

I ступень. Дѣйствія въ предѣлѣ 10. Это ступень преимущественно наглядныхъ упражненій, и цѣль ея — дать представленія счета и дѣйствій надъ простыми единицами. Дѣйствія въ предѣлѣ 10-и могутъ

быть разграничены ясно и раздѣльно. Сущность дѣйствій не зависитъ отъ величины чиселъ, и даже малыя дѣти въ дошкольный періодъ могутъ отличать прибавленіе, отниманіе и дѣленіе, такъ что въ предѣлѣ 10 остается снабдить ихъ только однимъ новымъ представленіемъ, именно, представленіемъ умноженія, котораго они не довели до ясности потому, что замѣняли умноженіе сложеніемъ, какъ болѣе легкимъ и доступнымъ.

II. Дѣйствія въ предѣлѣ 20. Здѣсь больше всего значенія имѣетъ то, чтобы познакомить съ числомъ, состоящимъ не изъ простыхъ единицъ, а изъ простыхъ и сложныхъ, т.-е. изъ простыхъ единицъ и десятковъ; здѣсь же усваивается таблица сложенія и вычитанія.

III. Дѣйствія въ предѣлѣ 100. Цѣль ихъ — выработать нормальные пріемы 4 дѣйствій и добыть 2 недостающихъ таблицы: умноженія и дѣленія.

IV. Дѣйствія въ предѣлѣ 1000. Въ этомъ предѣлѣ къ нормальнымъ способамъ присоединяются искусственные, частные, а къ устнымъ вычисленіямъ — письменныя, и главное вниманіе удѣляется сравненію тѣхъ и другихъ пріемовъ.

V. Дѣйствія надъ числами выше 1000; ихъ цѣль — выработать механизмъ письменнаго вычисленія.

VI. Дѣйствія надъ составными именованными числами.

Что касается простыхъ именованныхъ чиселъ и употребительныхъ долей, то они проходятся въ теченіе первыхъ 3 лѣтъ на всѣхъ 6 ступеняхъ.

Въ вычисленіяхъ мы не отличаемъ въ это время простѣйшихъ долей (напр. $^3/_4$ = 3 четверти) отъ именованныхъ чиселъ (напр. 3 аршина), а вычисленіе надъ именованными числами приводимъ къ такъ называемымъ предметнымъ числамъ (3 человѣка). Такимъ образомъ, всѣ вычисленія замѣняются въ этомъ случаѣ вычисленіями съ цѣлыми отвлеченными числами.

Курсъ 4-го года обученія даетъ еще 2 дополнительныхъ ступени:

VII. Элементарный курсъ дробей.

VIII. Элементарный курсъ десятичныхъ дробей.

Въ обоихъ этихъ отдѣлахъ вычисленія съ дробями идутъ по соображенію, которое питается въ этомъ случаѣ аналогіей между дробями и именованными числами. Для правилъ подготовляется обильный фактическій матеріалъ, который систематизируется и объединяется на слѣдующей IX ступени, составляющей содержаніе 5-го года. Характеръ ея указанъ выше.

СТУПЕНЬ I.

Дѣйствія въ предѣлѣ 10.

Счетъ.

1. Начало занятій. Вскорѣ послѣ того, какъ составится младшая группа, можно начинать съ ней занятія по ариѳметикѣ. Нѣтъ цѣли долго не начинать занятій ариѳметикой. Познакомиться съ учениками можно довольно скоро, да это и совершается лучше всего при дѣловой работѣ; начавши счетъ до истеченія первой недѣли, мы внесемъ разнообразіе и интересъ въ школьныя занятія.

2. Испытаніе познаній и способностей учениковъ. Порядокъ и успѣхъ занятій сильно зависятъ отъ того, каковы ученики, поступающіе въ школу, каково ихъ умѣніе соображать и говорить и чему они научились до школы. Что они усвоили до школы, съ того и надо начинать въ училищѣ. Въ русскую начальную школу обыкновенно поступаютъ дѣти, которыя умѣютъ нѣсколько считать, но счетъ ихъ иногда бываетъ съ ошибками и перерывами. Поэтому съ провѣрки счета надо начинать занятія: безъ счета невозможны дѣйствія*), а въ дѣйствіяхъ ариѳметическихъ заключается все содержаніе ариѳметики.

3. Усвоеніе ряда числительныхъ именъ. Умѣнье считать основано на твердомъ знаніи ряда числительныхъ именъ. Съ этого и начинаемъ занятія. «Кто изъ васъ умѣетъ считать вотъ такъ: одинъ, два, три...?» Желающіе изъ учениковъ внятно и раздѣльно произносятъ рядъ словъ, до того предѣла, до котораго могутъ, напр. до 50—100. Если группа не особенно велика, то полезно переспросить всѣхъ.

Если група большая, то пусть считаютъ по нѣскольку учениковъ сразу, тогда легко примѣтить, кто изъ дѣтей считаетъ слабо, отстаетъ. За одиночнымъ повтореніемъ можетъ итти произношеніе хоромъ.

---

*) Всѣ люди обыкновенно выражаютъ свои мысли словами и только глухонѣмые выражаютъ знаками; точно такъ же всѣмъ нормальнымъ людямъ свойственно начинать свои ариѳметическія знанія со счета, а глазомѣрное опредѣленіе количества, опредѣленіе безъ счета, возможно только въ особенныхъ случаяхъ.

Въ тактъ, который указывается рукой учителя, дѣти произносятъ «одинъ, два, три.... десять».

4. Предметный счетъ. Въ указанномъ случаѣ дѣти считаютъ взмахи руки или даже тѣ числительныя имена, т.-е. слова, которыя произносятся ими одно за другимъ. Но если бы обнаружилось, что, поступивши въ школу, они почти не умѣютъ считать, тогда надо вести упражненія на предметахъ, слѣд. упражненія будутъ сопровождаться зрительнымъ усвоеніемъ и не будутъ ограничиваться однимъ воспріятіемъ словъ. Лучшее наглядное пособіе въ этомъ случаѣ — какіе-нибудь квадратные или круглые однородные предметы свѣтлаго цвѣта, которые можно брать въ руки; напр., дюймовые квадратики изъ бѣлаго картона, свѣтлыя пуговки и т. п.; ихъ можно раздать ученикамъ на руки, а кромѣ того тѣ же предметы, но нѣсколько увеличеннаго размѣра, полезно прикалывать къ классной доскѣ, чтобы всѣ видѣли ихъ расположеніе. Располагать эти шашечки или косточки удобнѣе всего не подъ рядъ, а попарно, отдѣляя шашечку отъ шашечки небольшимъ промежуткомъ, пару же отъ пары бо́льшимъ. Кромѣ того третью пару можно ставить не въ одну линію съ остальными, а нѣсколько пониже, и это потому, что, судя по опытамъ, одновременное созерцаніе 4 предметовъ совершается сравнительно легко, а начиная съ 5—6 съ гораздо большей трудностью. Что касается раздачи на руки всѣмъ ученикамъ, то эта мѣра полезна тѣмъ, что къ усвоенію привлекается въ этомъ случаѣ еще другое чувство — осязаніе.

Послѣ того, какъ дѣти привыкнутъ считать на шашечкахъ или косточкахъ, слѣдуетъ перейти съ ними къ предметамъ классной обстановки. Считаютъ 2 руки, 3 стекла; 4 ножки стула, 5 пальцевъ, 6 дѣвочекъ, 7 мальчиковъ, 10 пальцевъ и т. д.

Для болѣе способной группы обученіе счету можетъ быть ускорено; наоборотъ, для группы слабой придется сперва разучить счетъ не до десяти, а только до 5, и затѣмъ уже послѣ твердаго разучиванія счета до 5 перейти къ счету въ предѣлѣ 10. Во всякомъ случаѣ надо соразмѣряться съ силами учениковъ.

За простымъ счетомъ слѣдуетъ порядковый. «Ты, будто, первый», говоритъ учитель одному изъ учениковъ, «ты второй», говоритъ онъ сосѣду, «ты третій», «а ты который?» Ученики называютъ себя по порядку: 4-й, 5-й и т. д., кончая десятымъ; далѣе счетъ повторяется: 1-й, 2-й и т. д.

Напомнимъ еще разъ сказанное выше. Если ученики еще до школы научились считать и умѣютъ производить нѣкоторыя дѣйствія, то не

надо останавливаться на томъ, что имъ извѣстно, но надо только позаботиться, чтобы пополнить пробѣлы и довести до ясности то, что ученики понимаютъ смутно. Съ болѣе подготовленными учениками возможно не только сократить счетъ въ предѣлѣ 10, но и бѣгло пройти самыя дѣйствія въ предѣлѣ 10, а можетъ-быть, и въ слѣдующемъ предѣлѣ.

Сложеніе.

5. Присчитываніе единицы. Счетъ тѣсно связанъ съ присчитываніемъ. Различие между ними состоитъ лишь въ слѣдующемъ: счетъ всегда начинается съ единицы, присчитываніе же начинается съ того числа, которому равно первое слагаемое. Примѣръ счета такой: одинъ, два, три... десять. Примѣръ же присчитыванія пяти къ пяти выразится такъ: пять, шесть... десять.

Присчитываніе единицы является первымъ и самымъ легкимъ видомъ сложенія, такъ какъ здѣсь 2-е слагаемое имѣетъ наименьшую величину, а дѣтей затрудняетъ какъ разъ величина 2-го слагаемаго, а не перваго, потому что 2-е слагаемое приходится разлагать на единицы или на группы, и чѣмъ оно больше, тѣмъ разлагать труднѣе.

Начинаемъ съ предметнаго присчитыванія. Для этого пользуемся, напр., палочками или пальцами рукъ. Десяткомъ палочекъ можетъ запастись каждый ученикъ; пусть онъ ихъ носитъ съ собой и вынимаетъ по требованію. Палочки неудобны лишь тогда, когда группа слишкомъ многочисленна и учителю трудно слѣдить за всѣми или же когда дѣти сидятъ скученно. Достоинство же ихъ заключается въ слѣдующемъ: дѣти не только ихъ видятъ, но и осязаютъ, слѣдовательно работаютъ 2 чувствами: зрѣніемъ и осязаніемъ. Пальцы незамѣнимы въ томъ отношеніи, что они всегда налицо. Напрасны опасенія, что ученики, привыкнувъ къ счету по пальцамъ, долго не перейдутъ къ счету отвлеченному: нѣтъ, какъ только они запомнятъ употребительные результаты сложенія, такъ нужда въ предметномъ счетѣ ослабнетъ; примѣръ болѣе способныхъ товарищей и одобреніе учителя заставятъ всѣхъ перейти съ пальцевого счета на устный.

Присчитываніе начинается вопросомъ: «Сколько будетъ: два пальца да одинъ палецъ?» Отвѣчаютъ полными предложеніями: «Два пальца да одинъ палецъ будетъ три пальца». Такъ же къ 3 пальцамъ присчитываютъ 1, къ 4—одинъ; всѣ подобные отвѣты, которые необходимо запомнить, должны выражаться полнымъ предложеніемъ. «Но догадается ли кто-нибудь изъ васъ: о чемъ я спрошу дальше?» Нѣкоторые,

навѣрно, скажутъ: «5 пальцевъ да 1 будетъ 6 пальцевъ». Такъ продолжаютъ присчитываніе до 10. Подобныя догадки о томъ, что̀ будетъ дальше, вносятъ въ работу оживленіе и придаютъ ей долю полезной самостоятельности.

6. Переходъ къ отвлеченному присчитыванію. Когда присчитываніе на предметахъ усвоено достаточно, тогда переходимъ къ отвлеченному присчитыванію: «Сколько будетъ 1 карандашъ да еще 1 карандашъ?» «Сколько будетъ 1 ручка да еще 1 ручка?» «Сколько будетъ 1 грифель да 1 грифель?» «Сколько будетъ одинъ да одинъ?» «Сколько будетъ два да одинъ?» Отвѣты непремѣнно полные. «Сколько будетъ три да одинъ?» «Кто скажетъ далѣе?» Ученики по очереди говорятъ, при чемъ доходятъ до 10. Различныя пособія взяты были затѣмъ, чтобы правильно совершился переходъ отъ предметнаго счета къ отвлеченному, такъ какъ отвлеченный счетъ и есть обобщеніе счета на различныхъ наглядныхъ пособіяхъ. Затѣмъ нѣсколько разъ излагаютъ всю таблицу связно: «одинъ да одинъ будетъ два, два да одинъ будетъ три, три да одинъ будетъ четыре,... девять да одинъ будетъ десять». Можно, для закрѣпленія, повторить нѣсколько разъ хоромъ. Работа заканчивается вопросами вразбивку: «Сколько будетъ 4 да 1, 8 да 1, 3 да 1, 6 да 1, 9 да 1?»

Чтеніе хоромъ вноситъ въ уроки черту дружной, общей, веселой работы. Учителю надо стараться, чтобы дѣти говорили не врозь, а чтобы фраза произносилаеь въ тактъ. Для этого дѣлать остановку всякій разъ, какъ только голоса разойдутся; самому помогать громкимъ произношеніемъ. Хоровое чтеніе прилагать надо не часто, чтобы оно не прискучило (въ урокъ разъ или два).

7. Усвоеніе основныхъ суммъ. Въ предѣлѣ 10 возможны слѣдующіе случаи сложенія: 1+1, 2+1, 3+1, 4+1, 5+1, 6+1, 7+1, 8+1, 9+1; 1+2, 2+2 3+2, 4+2, 5+2, 6+2, 7+2, 8+2, 1+3, 2+3, 3+3, 4+3, 5+3, 6+3, 7+3, 1+4, 2+4, 3+4, 4+4, 5+4, 6+4; 1+5, 2+5, 3+5, 4+5, 5+5; 1+6, 2+6, 3+6, 4+6; 1+7, 2+7, 3+7; 1+8, 2+8; 1+9.

Составлена эта табличка такъ: сперва присчитывается единица къ однозначнымъ числамъ, потомъ 2, потомъ 3 и т. д.; при этомъ суммы не должны превышать десятка, иначе онѣ выйдутъ за предѣлъ. Девять случаевъ, гдѣ присчитывается единица, мы прошли; остается 36. Немыслимо для дѣтской памяти быстро усвоить 36 отвѣтовъ, тѣмъ болѣе, что они такъ похожи одинъ на другой. Помощь является съ той стороны, что нѣкоторые результаты сложенія дѣти знаютъ еще до посту-

пленія въ школу. Но въ такомъ случаѣ очень полезно взять сперва не всѣ сложенія, а лишь употребительныя, основныя, къ которымъ мы причислимъ слѣдующія: 2+ 2, 4+ 2, 6+ 2, 8+ 2, 1+ 2, 3+ 2, 8+ 2, 7+ 2, 3+ 3, 6+ 3, 4+ 4, 5+ 5. Ихъ изучить легко, остальныя же сведутся къ нимъ.

Эти основныя сложенія выдѣлили мы, руководствуясь слѣдующимъ. Во-первыхъ, счетъ парами взять весь, безъ пропуска, такъ какъ это простѣйшій видъ присчитыванія послѣ присчитыванія единицы: на немъ усвоивается присчитываніе группъ и его дѣти встрѣчали до школы. Изъ трудныхъ же видовъ сложенія, когда приложить надо тройку, четверку и т. д., взяты лишь тѣ, гдѣ получается счетъ равными группами, напр. 6 + 3 означаетъ, что къ 2 тройкамъ надо прибавить одну. Этотъ счетъ равными группами очень полезенъ для умноженія, и его результаты необходимо скорѣе запомнить, да и легче это сдѣлать, такъ какъ, заучивая «четыре да четыре восемь», мы твердимъ два различныхъ слова: четыре и восемь, а не 3.

Считаемъ число рукъ у 2-хъ человѣкъ. Выводъ: «къ 2 присчитать 2, будетъ 4». (Отвѣтъ долженъ выражаться полнымъ предложеніемъ). При этомъ выясняется, что 2 можно присчитать или сразу, или по одной. Потомъ присчитываемъ 2 къ 4, 6, 8 и т. д., пока не усвоимъ всѣ основныя суммы. Присчитывая 2 не въ порядкѣ (т.-е. не въ такой послѣдовательности: 1 + 2, 3 + 2, 2 + 2, 4 + 2, 5 + 2, 6 + 2, 7 + 2, 8 + 2) мы избѣгаемъ того, что дѣти станутъ говорить отвѣты, не вычисляя: они подмѣтятъ, что отвѣты идутъ одинъ за другимъ: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Найденные результаты слѣдуетъ повторить нѣсколько разъ въ томъ проядкѣ, какой нами указанъ, и тогда возможны вопросы вразбивку, въ отвлеченной формѣ: «Сколько будетъ, если къ 2 прибавить 2, къ 3 три, къ 4 четыре, къ 5 пять, къ 6 два, къ 6 три?» и т. д. Во время этихъ упражненій дѣти усваиваютъ термины: присчитать, прибавить и приложить; слова же «слагаемое» и «сумма» отложимъ до средней группы.

8. Нахожденіе остальныхъ суммъ. Указанныя выше суммы содержатъ присчитываніе единицы (1 + 1, 2 + 1, 3 + 1, 4 + 1, 5 + 1, 6 + 1, 7 + 1, 8 + 1, 9 + 1) и двухъ (2 + 2, 4 + 2, 6 + 2, 8 + 2, 1 + 2, 3 + 2, 5 + 2, 7 + 2), счетъ тройками (3 + 3, 6 + 3), четверками (4 + 4) и пятками (5 + 5). Онѣ должны быть твердо усвоены на память. Для этого нѣсколько разъ надо находить ихъ на предметахъ и повторять результаты. Особенно полезно повторять въ началѣ каждаго урока тѣ результаты, которые найдены на предыдущихъ урокахъ.

Остается еще нѣсколько суммъ. Въ нѣкоторыхъ изъ нихъ первое слагаемое больше второго (4 + 3, 5 + 3, 7 + 3, 5 + 4, 6 + 4), въ остальныхъ оно меньше. Прежде всего выясняется на предметахъ общій порядокъ, въ которомъ можно высчитать, напр., 7 + 3: присчитываемъ или по единицѣ, или же сперва 2, потомъ 1; чтобы присчитать 5 къ 3, можно присчитать 2 раза по парѣ и 1 разъ единицу. Дѣти легко понимаютъ, какъ находить суммы, но съ большимъ трудомъ запоминаютъ результаты, если не знали ихъ до поступленія въ школу. Помогаетъ запоминанію частое переспрашиваніе и придумываніе примѣровъ самими учениками. Полезно продѣлать нѣсколько такихъ упражненій, гдѣ данное число палочекъ, кубиковъ и т. п. разлагается на 2 слагаемыхъ. «Возьмите по 7 палочекъ. Разложите ихъ на 2 кучки, по скольку получите?» Особенно хорошо упражненіе, которое можетъ служить и для самостоятельной работы: разлагать данное количество шашечекъ въ красивые ряды и фигуры, подобные тѣмъ, какіе мы видимъ на игральныхъ картахъ; образцы можетъ дать учитель, нарисовавши на доскѣ, а дѣти будутъ подражать и придумывать свое.

9. Облегченіе при усвоеніи результатовъ, не принадлежащихъ къ основнымъ. Укажемъ, наконецъ, путь, слѣдуя которому, значительно облегчимъ запоминаніе и замѣнимъ его соображеніемъ. Тѣ результаты, въ которыхъ первое слагаемое больше второго, (4 + 3, 5 + 4, 5 + 3, 6 + 4, 7 + 3), прямо сводятся къ основнымъ суммамъ. Напр., пусть ученикъ говоритъ ошибочно: 4 да 3 будетъ 6»; учитель спрашиваетъ: «Сколько же будетъ 3 да 3?»

Если ученикъ скажетъ, что 4 да 3 будетъ 8, то наведемъ его тѣмъ, что спросимъ, сколько будетъ 4 да 4. Несообразный отвѣтъ, что 4 да 3 будетъ 9, опровергается тѣмъ, что 6 да 3 будетъ 9, или же тѣмъ, что 4 да 4 дастъ 8, значитъ, 4 да 3 не можетъ дать болѣе 8, т.-е. 9. Для наведенія, очевидно, достаточно 2 свойствъ, вполнѣ доступныхъ для дѣтскаго пониманія: 1) если измѣнимъ одно изъ прикладываемыхъ чиселъ, то сумма не останется безъ измѣненія, т.-е. 4 да 3 не можетъ дать столько же, сколько 4 да 4, 2) если слагаемое сдѣлается больше или меньше, то и сумма сдѣлается тоже больше или меньше, напр., если 3 + 3 дастъ 6, то 4 + 3 не можетъ дать меньше 6, такъ какъ первое слагаемое 3 перешло въ большее число 4. Само собою понятно, что всѣ эти объясненія должны вестись на предметахъ, а не отвлеченно.

Всѣ остальныя сложенія, гдѣ первое слагаемое менѣе второго, не требуютъ никакого запоминанія, а вполнѣ основаны на томъ, что сложить большее число съ меньшимъ все равно, что меньшее съ большимъ.

Для дѣтей это не очевидно и требуетъ вывода на нѣсколькихъ наглядныхъ примѣрахъ. Дѣти не сразу рѣшаются сказать, что $4 + 2 = 2 + 4$. Дѣйствительно, есть значительная разница между тѣмъ и другимъ дѣйствіемъ. При присчитываніи 2-хъ къ 4-мъ, мы говоримъ: $4 + 1 = 5$, $5 + 1 = 6$; при присчитываніи же 4-хъ къ 2, мы говоримъ: $2 + 1 = 3$, $3 + 1 = 4$, $4 + 1 = 5$, $5 + 1 = 6$. Итакъ, всѣ сложенія, въ которыхъ первое слагаемое менѣе второго, замѣняются соотвѣтствующими сложеніями, въ которыхъ первое слагаемое болѣе второго.

10. Задачи на сложеніе. Простыя задачи на сложеніе, т.-е. тѣ, которыя рѣшаются однимъ дѣйствіемъ, обыкновенно затрудняютъ только тогда, когда дѣти слабо вычисляютъ. Поэтому, задачи съ условіями неумѣстны до тѣхъ поръ, пока дѣти не получили навыка въ вычисленіи или не запомнили необходимыхъ результатовъ. До этихъ поръ надо вести преимущественно наглядныя упражненія. Простыя задачи указываютъ различные случаи примѣненія дѣйствій и развиваютъ быстроту счета. Условія легкихъ задачъ повторять излишне, такъ какъ подобное повтореніе можетъ пріучать къ невнимательности, да кромѣ того, развѣ мы, обыкновенные люди, въ своихъ разговорахъ повторяемъ чужіе вопросы? Если не дѣлаемъ этого мы, то безъ нужды не должна дѣлать и школа. Полезно повторять лишь запутанныя условія задачъ, или же условія, затрудняющія благодаря тому, что ученики утомлены. Иные говорятъ: повтореніе условій учениками развиваетъ рѣчь и увеличиваетъ запасъ словъ, которымъ владѣютъ ученики. Хотя это отчасти и вѣрно, но на это можно возразить: рѣчь лучше всего разовьется тогда, когда дѣти будутъ выражать связно не чужія мысли, а свои, добытыя посильнымъ трудомъ.

Когда условіе прочтено учителемъ внятно, раздѣльно и выразительно, многіе изъ учениковъ быстро рѣшаютъ и поднимаютъ руку. Учитель выспрашиваетъ отвѣты, начиная со среднихъ учениковъ, причемъ не оставляетъ безъ вниманія и слабыхъ. «Какъ вы узнали?» говоритъ онъ при нѣкоторыхъ задачахъ. — «Мы присчитали къ столькимъ-то столько-то». На такой отвѣтъ наводитъ учитель предметнымъ рѣшеніемъ задачъ. Вообще, въ 1-е полугодіе надо стараться рѣшать задачи на тѣхъ предметахъ, которые упоминаются въ условіяхъ; если это невозможно, то на тѣхъ, которые подъ руками. Много хорошихъ задачъ можно составить также по картинамъ, если онѣ есть въ школѣ. Предметный счетъ важенъ не только, какъ примѣненіе наглядности, но и какъ средство, разнообразящее занятія: трудно цѣлый урокъ провести на однихъ устныхъ упражненіяхъ. Въ промежуткахъ между рѣшеніемъ задачъ умѣстенъ бѣглый счетъ.

11. Начало письменныхъ работъ. Черезъ недѣлю или двѣ послѣ начала занятій пора приступать и къ письменнымъ работамъ. Онѣ представляютъ большое подспорье для учителя, занятаго съ двумя или тремя группами. Онѣ важны даже и тогда, когда заниматься приходится съ одной группой: вносятъ разнообразіе и уменьшаютъ утомленіе, которому такъ скоро подвергаются дѣти, начинающія учиться. Большинство школъ бѣдны и должны довольствоваться доской и грифелемъ. Но грифель не допускаетъ должнаго нажима, а доска пріучаетъ къ безпорядку, такъ какъ при ней трудно установить правильную повѣрку. Гдѣ только представляется возможность, тамъ лучше пользоваться бумагой, карандашомъ и резиной. Теперь эти матеріалы вовсе не слишкомъ дороги (резины достаточно для ученика на 2 к. въ годъ). Форма тетрадей: удлиненная, въ $^1/_8$ листа, при чемъ у четвертинки перегибается не длинная, а короткая ея сторона. Клѣтчатая линовка едва ли лучше линовки частыми горизонтальными чертами. При такой формѣ тетрадей и при такой линовкѣ ученики пишутъ въ строкѣ только по одному дѣйствію, такъ что дѣйствіе располагается подъ дѣйствіемъ и ихъ раздѣляетъ пропущенная строка. Съ первыхъ же уроковъ учитель ставитъ требованіе : а) не перечеркивать и не смазывать ошибочно написаннаго, а стирать резиной, или же, оставляя ошибочное, писать вновь правильно, б) не пачкать обложекъ, не писать лишняго подъ строками, надъ строками и съ боковъ. Много заботъ, часто мелочныхъ, долженъ приложить учитель въ 1-е полугодіе, если онъ хочетъ видѣть порядокъ и чистоту въ тетрадяхъ дѣтей. Но эти заботы лишь временныя и онѣ съ избыткомъ окупятся впослѣдствіи.

Для первыхъ работъ можно давать письмо вертикальныхъ палочекъ. Дѣло тутъ будетъ не въ количествѣ написаннаго, а въ умѣньи пользоваться письменными принадлежностями.

Вычитаніе.

12. Обратный счетъ. Нѣсколько учениковъ связно, безъ перерывовъ со стороны учителя, произносятъ обратный рядъ числительныхъ именъ: десять, девять,... одинъ. Для этого можно и самому учителю произнести этотъ рядъ, а потомъ заставить повторить. «Протяните руки вверхъ. Сколько пальцевъ на 2-хъ рукахъ? «Загните одинъ палецъ. Сколько осталось?» «Какъ же это сказать полно?» «Отъ 10 отсчитать одинъ, будетъ 9». Такъ же производится отсчитываніе единицы отъ 8, 7 и т. д., кончая отсчитываніемъ единицы отъ двухъ. Все отсчитываніе повторяется нѣсколькими учениками въ отвлеченной формѣ «отъ 10 отсчитать 1, будетъ 9; отъ 9 отсчитать 1, будетъ 8» и т. д.

Нагляднымъ пособіемъ здѣсь могутъ служить тѣ самыя шашечки и пуговки, о которыхъ упомянуто выше. Располагаются онѣ каждымъ ученикомъ отдѣльно на партѣ и порядокъ ихъ расположенія остается всегда одинъ, чтобы усвоеніе шло легче.

Вопросы учителя, относящіеся къ отниманію единицъ, идутъ въ послѣдовательномъ порядкѣ, вполнѣ ясномъ для дѣтей. Спросивши, напр., «сколько будетъ 8 безъ 1?», учитель потомъ даетъ вопросъ: «сколько будетъ 7 безъ 1?» Въ подобныхъ случаяхъ, когда вопросы идутъ въ опредѣленной, понятной для дѣтей послѣдовательности, весьма полезно довольствоваться только начальными вопросами, а потомъ прямо предлагать: «кто скажетъ дальше?»

За отвлеченнымъ повтореніемъ отсчитыванія единицы можетъ слѣдовать хоровое разучиваніе и вопросы вразбивку.

13. Основныя разности. Всего въ предѣлѣ 10 возможно 45 вычитаній, соотвѣтственно 45 сложеніямъ. Если исключить изъ этого числа 9 вычитаній единицы, то останется 36 случаевъ. Скоро запомнить 36 разностей нѣтъ возможности, да нѣтъ и нужды запоминать ихъ всѣ. Ограничимся сперва слѣдующими основными вычитаніями, соотвѣтствующими основнымъ сложеніямъ: 10 — 2, 8 — 2, 6— 2, 4 — 2; 9 — 2, 7 — 2, 5 — 2, 3 — 2; 9 — 3, 6 — 3, 8 — 4, 10 — 5. Эти основные случаи выбраны такъ. Во-первыхъ, взято отниманіе 2-хъ отъ чиселъ перваго десятка, какъ простѣйшій видъ вычитанія, послѣ вычитанія единицы. Во-вторыхъ, изъ случаевъ вычитанія 3-хъ, 4-хъ и т. д. взяты тѣ, гдѣ идетъ обратный счетъ равными группами. Напр. 9 — 3 представляетъ собою вычитаніе одной тройки изъ 3-хъ троекъ. Прежде всего на предметахъ объясняется порядокъ отсчитыванія: можно отнимать или по единицѣ, или по нѣскольку единицъ. Напр., требуется отнять 4 отъ 8, тогда говоримъ: 8 — 1 = 7, 7 — 1 = 6, 6 — 1 = 5, 5 — 1 = 4, или же 8 — 2 = 6, 6 — 2 = 4. Дѣти должны достаточно понять и усвоить, что отсчитывать можно или по единицѣ или группами единицъ.

Чтобы наглядныя пособія не прискучили однообразіемъ, совѣтуемъ чертить на классной доскѣ палочки и потомъ стирать ихъ столько, сколько требуется вычесть. Можно пользоваться косточками, которыя имѣются на торговыхъ счетахъ, хотя раннее знакомство со счетами можетъ спутывать: много на нихъ проволокъ, да и на одной-то проволокѣ косточки лежатъ иногда и направо и налѣво. Еще хорошей работой можетъ служить рисованіе какихъ-нибудь фигуръ и постепенное отчеркиваніе или стираніе ихъ.

Термины вычитанія: отсчитать, безъ, отнять; всѣ они могутъ употребляться совмѣстно.

Основныя разности должны быть вполнѣ усвоены. Этому способствуетъ частое повтореніе и переспрашиваніе. Необходимо указать на связь между сложеніемъ и вычитаніемъ. «Отъ десяти палочекъ отнимите 2. Сколько будетъ?» «А если къ 8 опять приложить 2, сколько будетъ?» Выводъ излагается учениками въ полной формѣ: «8 да 2 будетъ 10, 10 безъ 2-хъ будетъ 8». Для большаго закрѣпленія пусть ученики представятъ свои подобные примѣры.

Вообще, придумываніе примѣровъ самими учениками является въ высшей степени полезнымъ пріемомъ. Этимъ изощряется сообразительность и вносится оживленіе въ работу; этимъ доставляется возможность судить, насколько понятно объясненное. Вездѣ, гдѣ только можно, пусть учитель лишь начнетъ работу, дастъ образецъ ея, а ученики пусть продолжатъ, подыскивая отъ себя упражненія, соотвѣтствующія данному образцу.

14. Римскія цифры. (I, II, III, IIII, V, VI, VII, VIII, VIIII, X). Письменныя упражненія можно бы начинать прямо съ арабскихъ цифръ, но римскія имѣютъ преимущество въ слѣдующихъ отношеніяхъ: а) начертаніе ихъ проще и для неопытной руки доступнѣе, б) онѣ являются косвеннымъ нагляднымъ пособіемъ, такъ какъ видно, напр., что значокъ девяти состоитъ изъ значковъ пяти и четырехъ, с) онѣ довольно однообразны и поэтому легко запоминаются. Замѣтимъ, что начертанія «IIII» и «VIIII» научно вполнѣ правильны; ими иногда пользовались и римляне, особенно въ надписяхъ на камняхъ. Эти начертанія гораздо легче по смыслу, чѣмъ болѣе употребительныя IV и IX, такъ какъ послѣднія объясняются вычитаніемъ, а первыя сложеніемъ.

Введеніе римскихъ цифръ нѣкоторые методисты оправдываютъ историческими соображеніями. Именно, установленъ фактъ, что различные народы по мѣрѣ своего умственнаго развитія переходили постепенно отъ пальцеваго счета къ счету на искусственныхъ пособіяхъ (бирки, торговые счеты). Благодаря первоначальному счету по пальцамъ рукъ, и система счисленія вездѣ принята десятичная. Но если принять, что развитіе отдѣльнаго лица аналогично развитію народа, то слѣдуетъ допустить, что для начинающаго учиться считать свойственно считать пятками, по пальцамъ; римскія же цифры стоятъ въ прямой связи со счетомъ пятками и съ пальцевымъ счетомъ.

Ознакомленіе съ цифрами можетъ итти примѣрно такъ. Учитель держитъ въ рукѣ или помѣщаетъ въ конвертѣ нѣсколько монетъ, пе-

рьевъ и т. п. «Сколько у меня въ рукѣ перьевъ? Отгадайте?» Дѣти пытаются, но, конечно, безуспѣшно. «Смотрите, я напишу, сколько». Пишетъ на классной доскѣ «IIII». Дѣти догадываются, что четыре. Производится повѣрка, дѣйствительно и въ рукѣ четыре пера. Сколько у меня карандашей въ коробкѣ?» При этомъ пишетъ «III». Дѣти говорятъ, что 3, а учитель даетъ пересчитать карандаши. «Копеекъ у меня вотъ сколько»; пишетъ «V». Всѣ недоумѣваютъ, что значитъ этотъ «крючокъ», а учитель объясняетъ: «какъ только увидите этотъ крючокъ, такъ и знайте, что у меня копеекъ, карандашей или чего-нибудь другого — пять». Повторяютъ нѣсколько разъ «крючокъ значитъ пять». «Встаньте: сколькимъ встать, то напишу»; пишетъ «VI». Встаютъ шестеро. Точно такъ же учитель пишетъ, а ученики встаютъ въ числѣ 7-ми, 8-ми и 9-ти. Идетъ объясненіе, почему написанные значки выражаютъ семь, восемь и девять.

Чтобы познакомить со значкомъ «X», можно начертить на двухъ бумажкахъ по значку «V» и соединить эти значки остреями. Послѣ, римскія цифры, а особенно значокъ десяти, можно сопровождать 2 горизонтальными чертами, чтобы значокъ десяти не смѣшивался со знакомъ умноженія (X и ×).

Затѣмъ рядъ цифръ, начиная съ 1, дѣти переписываютъ въ порядкѣ въ свои тетради. Для лучшаго усвоенія, учитель заставляетъ обозначать на классной доскѣ и въ тетрадяхъ, что оконъ въ комнатѣ семь, дверей три, партъ десять и т. п. Предметы намѣренно берутся различные, чтобы ясно было, что цифрами обозначаются какіе угодно предметы, лишь бы количество ихъ было опредѣленное, соотвѣтствующее знаку. Терминъ «цифра» вводить рано; лучше отложить его до 2-го полугодія.

Письмо римскихъ цифръ, по порядку или же черезъ одну, въ прямой и обратной послѣдовательности, можно давать для самостоятельной работы.

Многіе боятся того, что дѣти смѣшаютъ цифру съ числомъ. Можетъ, конечно, это случиться, но, главнымъ образомъ, только тогда, когда самъ учитель неосторожно обращается съ этими терминами.

15. Разности, не принадлежащія къ основнымъ. Это, во-первыхъ, пять наиболѣе трудныхъ: 7 — 3, 8 — 3, 10 — 3, 9 — 4, 10 — 4, а во-вторыхъ, всѣ тѣ, въ которыхъ вычитаемое больше остатка, напр. 8 — 5 = 3. Нѣтъ нужды изучать всѣ эти разности подробно и послѣдовательно.

Если сложеніе пройдено, какъ слѣдуетъ, то вычитаніе можно сво-

дить къ нему (что уже и указано было на основныхъ разностяхъ). Напр. ученикъ не знаетъ твердо, сколько составитъ 7 — 3, и говоритъ, что 5. Учитель наводитъ: «а сколько же будетъ 5 да 3?» Если связь между сложеніемъ и вычитаніемъ неясна, то ее еще разъ указать наглядно. Конечно, такая замѣна вычитанія сложеніемъ не исключаетъ и общаго, простого, но медленнаго пріема: отчитыванія единицами или группами единицъ.

Можно также пользоваться для наведенія и слѣдующими соображеніями: а) 7 — 3, напр., не можетъ равняться 3, такъ какъ 6—3=3, и не можетъ равняться 5, такъ какъ 7 — 2 =5; б) 7 — 6, напр., =1, такъ какъ 7 — 1 =6; въ этомъ случаѣ дѣти пользуются тѣмъ, что при отниманіи остатка получается вычитаемое.

16. Задачи на вычитаніе. Цѣль ихъ та же, что и задачъ на сложеніе: на рѣшеніи ихъ развивается навыкъ въ прикладномъ счетѣ и указываются случаи, въ которыхъ примѣнимо дѣйствіе. Слѣдуетъ постараться, чтобы отчетливо указывалось дѣйствіе. Рѣшивши задачу «въклассѣ стояло 7 партъ, 3 вынесли, сколько осталось?» дѣти, на вопросъ «какъ узнали?» должны сказать: «отъ 7 отсчитали 3, осталось 4».

Мѣры, которыя упоминаются въ задачахъ, должны быть, по возможности, показаны всѣ. Линейныя мѣры, напр. аршинъ, футъ, полезно бы сдѣлать въ нѣсколькихъ экземплярахъ и раздать ученикамъ на руки, да они и сами могутъ сдѣлать хорошіе аршины и футы изъ палочекъ. Чтобы представленіе о мѣрахъ запечатлѣлось еще тверже, можно указать, что сажень немного больше роста высокаго человѣка, аршинъ почти что рука или шагъ, вершокъ — суставъ пальца и т. п. Слѣдуетъ постепенно пріучать къ глазомѣрному опредѣленію длины.

Нѣкоторыя задачи ученики продѣлываютъ на предметахъ, при нѣкоторыхъ же записываютъ данныя числа и отвѣтъ. Записываніе идетъ пока столбцомъ, т.-е. цифра располагается подъ цифрой. Это дѣлается потому, что еще не показаны знаки сложенія и вычитанія и знакъ равенства, если же писать цифры въ строку, то онѣ могутъ слиться. Записывать надо не спѣша, значокъ за значкомъ, и почаще свѣряться, у всѣхъ ли написано правильно.

17. Бѣглый счетъ на сложеніе и вычитаніе. Въ началѣ или концѣ урока или же въ промежуткахъ между отдѣльными задачами нужно повторять возможно чаще таблицу сложенія и вычитанія, особенно же основныя суммы и разности. Если таблица излагается въ порядкѣ, то пусть говорятъ ее сами ученики, учитель же ограничится только начальными вопросами.

Для лучшаго усвоенія результатовъ полезенъ и такъ наз. бѣглый, т.-е. быстрый, счетъ. Сперва ученики привыкаютъ говорить отвѣтъ лишь на 2 послѣдовательныхъ дѣйствія; съ теченіемъ времени вопросы могутъ усложняться. Безъ лишнихъ объясненій и предисловій, учитель раздѣльно читаетъ примѣръ, хотя такой: «къ 3 присчитайте 3, отъ полученнаго отсчитайте 2, сколько получили?» Дается короткій отвѣтъ: «4». Повторять условіе примѣра излишне, кромѣ того случая, когда оно трудно. Тогда можно пользоваться и такимъ средствомъ: спросить отвѣтъ перваго дѣйствія и потомъ уже прочитать второе дѣйствіе.

18. Самостоятельное рѣшеніе примѣровъ на сложеніе и вычитаніе. Самостоятельныя работы и вообще всѣ письменныя упражненія требуютъ въ первое полугодіе особыхъ заботъ со стороны учителя. Только то можно дать на самостоятельную работу, что̀ продѣлано и отчасти записапо на урокѣ съ учителемъ. Лишь при этомъ условіи можно достигнуть чистоты, порядка и правильности въ записяхъ. Что касается провѣрки, то, конечно, лучше бы всего просматривать по вечерамъ всѣ тетради; но въ большинствѣ случаевъ это невозможно по недостатку времени. Тогда достаточно просматривать только нѣкоторыя работы, особенно работы слабыхъ учениковъ.

Возможна и устная повѣрка, когда одинъ читаетъ, а остальные слѣдятъ и исправляютъ. Примѣры для самостоятельныхъ работъ пишутся на классной доскѣ, четко и въ такомъ порядкѣ, въ какомъ они должны итти въ тетрадяхъ. Ничего не должно быть на доскѣ лишняго: оно сбиваетъ начинающихъ.

19. Знаки: «присчитать» и отсчитать». Примѣры на сложеніе и вычитаніе записывались до сихъ поръ столбцомъ, безъ знаковъ. Каждый разъ указывалось словесно, какое дѣйствіе производится: сложеніе или вычитаніе. Этимъ дѣти достаточно приготовлены къ тому, чтобы понять, насколько необходимо различать на письмѣ одно дѣйствіе съ другимъ. Учитель даетъ еще разъ нѣсколько примѣровъ на счетахъ; въ однихъ примѣрахъ прибавляется, а въ другихъ — отнимается; при этомъ дѣйствія записываются. Затѣмъ учитель пишетъ новый столбецъ, напр. $\substack{V \\ III}$ и предлагаетъ угадать, что требуется сдѣлать въ этомъ столбцѣ: присчитать или отсчитать. Ученики, конечно, сбиваются. Учитель говоритъ: «чтобы вы не сбивались, я буду ставить крестикъ всякій разъ, когда надо присчитать». Повторяется нѣсколько разъ: «крестикъ значитъ присчитать». Учитель продолжаетъ: «будемъ ставить черточку всегда, когда требуется отсчитать». Это правило

повторяется въ такой формѣ: «черточка значитъ отсчитать». Оба правила повторяются совмѣстно. Далѣе слѣдуютъ примѣры, которые учитель пишетъ, а ученики читаютъ, и, наконецъ, примѣры, которые придумываютъ, диктуютъ и провѣряютъ ученики.

Оба знака можно показать на разныхъ урокахъ, но лучше на одномъ. Дѣйствительно, знаки употребляются для того, чтобы отличать одно дѣйствіе отъ другого. Поэтому и вводимъ 2 дѣйствія вмѣстѣ, такъ какъ, чтобы отличать, надо имѣть, по крайней мѣрѣ, 2 вещи.

20. Задачи на сложеніе и вычитаніе. Нѣкоторыя изъ этихъ задачъ можно рѣшить устно, довольствуясь однимъ только отвѣтомъ, нѣкоторыя рѣшить на предметахъ, у иныхъ же записать рѣшеніе въ должномъ порядкѣ. Послѣднее требуетъ особаго вниманія; еще въ младшей группѣ дѣти должны научиться, по возможности, тому, чтобы самостоятельно опредѣлять и записывать ходъ рѣшенія хотя бы двойныхъ задачъ, т.-е. состоящихъ изъ 2 простыхъ. Вотъ образецъ рѣшенія. Читается задача: «Хозяйка сняла съ гнѣзда сперва 3 яйца, потомъ еще 7; 5 штукъ она израсходовала. Сколько яицъ у ней осталось?» Дѣти, подумавши, даютъ отвѣтъ: «5». «Что̀ вы сперва сдѣлали, чтобы получить отвѣтъ?» — «Къ 3 присчитали 7, получилось 10». Это записывается со знакомъ дѣйствія. Если не отвѣтятъ, то или заставляемъ продѣлать на предметахъ, или же для наведенія повторяемъ начало условія: «хозяйка сняла съ гнѣзда сперва 3 яйца потомъ еще 7». (Могутъ сказать, на вопросъ: «что вы сперва сдѣлали?» и такимъ образомъ: «отъ 10 отсчитали 5, получили 5». Такой отвѣтъ можно принять и записать, а потомъ спросить: «вѣдь я вамъ 10 не прочиталъ; какъ вы его получили?» Когда скажутъ, то новую строчку записать выше ранѣе полученной.) Когда первая строка «къ 3 присчитать 7, будетъ 10» записана, учитель спрашиваетъ: «какъ вы дальше дѣлали?» Отвѣтъ: «отъ 10 отсчитали 5, получили 5». Если этого отвѣта не дадутъ, то или заставить рѣшить на предметахъ или повторить конецъ условія задачи, именно: «5 штукъ она израсходовала». Рѣшеніе, записанное въ 2 строкахъ, прочитывается нѣсколько разъ и переписывается съ классной доски въ тетради. На каждомъ урокѣ рѣшать этимъ порядкомъ около 2 задачъ, остальныя же задачи рѣшать болѣе бѣгло.

Необходимо остановиться на задачахъ, подобныхъ слѣдующимъ: «Мальчикъ купилъ 9 яблоковъ; пара изъ нихъ оказалась гнилыхъ. Сколько хорошихъ яблокъ купилъ мальчикъ? Отвѣтъ (7) находятъ безъ особаго труда. Но этого мало. Надо точно указать, какимъ дѣйствіемъ найденъ отвѣтъ. Найденъ же онъ вычитаніемъ, но не сложеніемъ:

сложеніе здѣсь служитъ повѣркой, а не рѣшеніемъ. Чтобы ученики правильно указали дѣйствіе, надо сперва спросить отвѣтъ, повторить его и записать; потомъ спросить данныя, при чемъ первое данное можно обозначить наглядно, и, наконецъ, сказать: «что же слѣдуетъ сдѣлать съ данными числами (поименовать, конечно), чтобы получить отвѣтъ (такой-то)?» Въ случаѣ, если подобное объясненіе окажется труднымъ, его можно отложить до второго года.

21. Знакъ равенства. Знакъ равенства или, проще, знакъ «будетъ» указывается такъ. Бѣгло высчитываютъ нѣсколько формулъ, въ родѣ V+III, V — II, X — V, III + II, при чемъ онѣ записываются въ строчку; отвѣтъ послѣдней формулы (VI) пишется рядомъ со слагаемымъ II, немного отступя. Отдѣльные ученики читаютъ: къ четыремъ присчитать два, будетъ шесть». Это же читаютъ и хоромъ, при чемъ учитель указываетъ на соотвѣтствующіе цифры и знаки, а когда читается слово «будетъ», указываетъ на промежутокъ между слагаемыхъ и суммой. Затѣмъ въ этотъ промежутокъ вставляется знакъ равенства. Читаютъ еще разъ всю формулу и разбираютъ, какое слово замѣнено какой цифрой и въ сущности, повтореніе основныхъ суммъ: 2 + 2, 4 + 2, 6 + 2 и т. д. (Съ тою цѣлью и проходятся предварительно основныя суммы, чтобы не совсѣмъ твердое знаніе таблицы сложенія не помѣшало умноженію). Учителю стоитъ только начать таблицу умноженія 2-хъ, дѣти ее продолжатъ. Нѣкоторой заботы требуетъ лишь правильное выговариваніе относящихся къ формулѣ словъ; четко слѣдуетъ произносить: «3 взять 3 раза, будетъ 9», и повторять хоромъ. Терминъ «умножить» вводить пока преждевременно. Продѣлывать примѣры лучше всего наглядно, потомъ уже отвлеченно. За усвоеніемъ въ порядкѣ идетъ связное повтореніе, а затѣмъ вопросы вразбивку. Каждый примѣръ рѣшается и сложеніемъ и умноженіемъ.

Хорошимъ нагляднымъ пособіемъ при счетѣ тройками являются суставы пальцевъ, кромѣ, разумѣется, большого пальца.

25. Задачи на умноженіе. Отвѣтъ при рѣшеніи задачи, конечно, важенъ, но не менѣе важно и правильное указаніе дѣйствія, которымъ рѣшается задача. Весьма полезно въ задачахъ на умноженіе записывать то, какъ рѣшали, двояко: сложеніемъ и умноженіемъ. Этимъ достаточно закрѣпится связь между обоими дѣйствіями, правильное представленіе которой существенно необходимо. Въ задачѣ: «сколько ногъ у 2 лошадей?» должны получиться такія 2 строки: $4 + 4 = 8$, $4 \times 2 = 8$. На первыхъ порахъ дѣти склонны писать лишь строки, подобныя $4 + 4 = 8$, и учителю надо спрашивать: «не запишетъ ли

кто-нибудь иначе?» тогда сперва лучшіе, а по ихъ примѣру и остальные ученики привыкнутъ къ записи, подобной $4 \times 2 = 8$.

Еще въ предѣлѣ перваго десятка возможно прилагать полезный пріемъ: придумываніе задачъ самими учениками. Это дѣло интересуетъ ихъ и побуждаетъ къ оживленной умственной дѣятельности, когда ведется въ послѣдовательности. Напр., послѣ задачи «сколько аршинъ въ 3 саженяхъ?» учитель говоритъ «придумайте отъ себя, не про 3 сажени, а еще про сколько-нибудь». Ученики придумываютъ про двѣ, четыре и т. д. Не бѣда, если при этомъ выйдутъ изъ предѣла 10-ти: переходъ черезъ предѣлъ, если совершается не часто, т.-е. не вноситъ безпорядка, полезенъ, такъ какъ разнообразитъ занятіе и развиваетъ въ дѣтяхъ предпріимчивость и привычку соразмѣрять свои силы съ работой.

Въ задачѣ «листъ бумаги стоитъ грошъ, сколько стоятъ 2 листа?» ученики могутъ измѣнять условія въ такой послѣдовательности: а) придумаютъ не про 2 листа, а еще про сколько-нибудь, какъ кто умѣетъ, б) предположатъ, что листъ стоитъ не грошъ, а копейку, двѣ и т. п., с) придумаютъ не про бумагу, а про какой-нибудь другой товаръ, причемъ назовутъ количество этого товара и почемъ онъ продается.

26. Арабскія цифры. Теперь, когда рука дѣтей достаточно окрѣпла и они привыкли къ вычисленіямъ, возможенъ постепенный переходъ отъ римскихъ цифръ къ обыкновеннымъ, т.-е. арабскимъ. Медленная замѣна предпочтительнѣе быстрой, такъ какъ при ней новые значки запоминаются безъ особаго труда. Они вводятся въ порядкѣ трудности начертанія: сперва 7, потомъ 4, 3, 6, 9, 8, 10, 2, 5. Рано заботиться о полной каллиграфической правильности, о дѣленіи начертаній на элементы; достаточно, если усвоена будетъ общая форма начертаній, отдѣлку же предоставимъ позднѣйшему времени. На первыхъ порахъ дѣти слишкомъ коверкаютъ цифры, поэтому учителю надо почаще писать ихъ для образца на классной доскѣ. По мѣрѣ замѣны римскихъ цифръ обыкновенными, послѣднія вводятся во всѣ упражненія, такъ что нѣкоторое время получаются смѣшанныя записи, т.-е. содержащія цифры обоихъ родовъ.

Показывая обозначеніе десяти, не надо упоминать, что̀ значитъ единица и что̀ значитъ нуль: это умѣстно сдѣлать въ концѣ года, при нумераціи въ предѣлѣ 100. Теперь же просто написать и сказать: «такъ пишется 10».

Замѣна цифръ можетъ итти такъ. Учитель пишетъ на классной доскѣ VII и заставляетъ прочитать. «Не знаетъ ли кто-нибудь, какъ

семь пишется иначе?» Навѣрно вызовется желающій, который и напишетъ на доскѣ. Сравниваютъ, которое обозначеніе короче. Ученики нѣсколько разъ пишутъ новую цифру у себя въ тетрадяхъ, учитель же просматриваетъ ихъ работу.

Ознакомленіе съ цифрами и знаками дѣйствій полезно разложить на длинный промежутокъ времени съ такой, между прочимъ, цѣлью. Вводя новое понемногу, мы придаемъ занятіямъ интересъ. Если сразу сообщить много новаго, то масса матеріала подавитъ дѣятельность учениковъ, а послѣдующіе уроки, состоящіе лишь изъ стараго, будутъ казаться скучными. Вообще всякія новыя подробности лучше всего вводить постепенно, понемногу, наблюдая, достаточно ли дѣти привыкли къ тому, что̀ пройдено ранѣе.

27. Задачи на первыя три дѣйствія. Рѣшеніе ихъ можетъ итти устно, при чемъ спрашивается лишь отвѣтъ, или на предметахъ, или же, наконецъ, можно рѣшеніе записывать строками. Учитель выспрашиваетъ, какую строку записать ранѣе, какую потомъ, самъ пишетъ для образца на доскѣ, а ученики переписываютъ въ тетради. Особенныхъ заботъ требуютъ простыя задачи на умноженіе. На вопросъ: «что тутъ слѣдуетъ сдѣлать?» ученики могутъ, конечно, указать не только умноженіе но и сложеніе; но записывать теперь пора лишь одно умноженіе, такъ какъ достаточно уже было практики въ двойномъ записываніи умноженія, когда рѣшались простыя задачи на это дѣйствіе. Дана, напр., задача: «Въ бочкѣ было 9 ведеръ воды; изъ нея брали 2 раза по 3 ведра. Сколько ведеръ воды осталось въ бочкѣ?» Этой задачѣ должна соотвѣтствовать такая запись: «$3 \times 2 = 6$, $9 - 6 = 3$», а не такая: «$3 + 3 = 6$, $9 - 6 = 3$».

Если сложная задача, въ которую входитъ простая задача на умноженіе, окажется непосильной для дѣтей, то можно выдѣлить эту простую задачу, продѣлать предварительно, а потомъ уже обратиться къ сложной. Напр., предъ задачей: «Я купилъ 2 лимона по 4 коп. Сколько мнѣ дадутъ сдачи съ гривенника?» умѣстно рѣшить рядъ такихъ вопросовъ: сколько сто̀ятъ 2 лимона по 5 к., 4 к., 3 к., 3 лимона по 3 к.? Разработавши отдѣльно простую задачу, мы поможемъ рѣшенію сложной.

Мѣста производителей ни въ какомъ случаѣ не могутъ быть перемѣняемы. Въ примѣрѣ: «сколько аршинъ въ 2 саженяхъ?» единственно правильная строка такая: $3 \times 2 = 6$, но не такая: $2 \times 3 = 6$. Всякій разъ, когда ученики смѣшиваютъ множимое съ множителемъ, ближе всего обращаться къ замѣнѣ умноженія сложеніемъ. «У тебя, будто бы,

сажень; сколько это аршинъ?» «Да у тебя сажень; сколько аршинъ?» «По скольку у васъ аршинъ?» «По скольку же слѣдуетъ взять?» «Сколько разъ?»

Часто дѣти, правильно записавши множимое и множителя, складываютъ, по привычкѣ, первое число со вторымъ. (Особенно на самостоятельныхъ работахъ.) Это значитъ, что они еще не постигли разницы между обоими дѣйствіями, умноженіемъ и сложеніемъ. Лучшая помощь — наглядность, напр. черченіе письменныхъ знаковъ на классной доскѣ: крестиковъ, кружковъ, съ объясненіемъ.

Иногда, видя передъ собой задачу на умноженіе, дѣти недоумѣваютъ, какое имъ произвести дѣйствіе. Напр.: «сколько надо заплатить за 4 двухкопеечныя свѣчи?» Лучшее наведеніе — обратиться къ сложенію, притомъ къ сложенію на предметахъ. «Сколько стóитъ свѣча?» — «2 коп.» — «Протяни 2 пальца!» «Сколько стоитъ другая свѣча?» «Протяни, ты, сосѣдъ, 2 пальца!» «Сколько разъ надо протягивать?» «По скольку пальцевъ?»

28. Бѣглый счетъ на первыя три дѣйствія. Новымъ видомъ бѣглаго счета является тотъ, гдѣ отыскивается задуманное число. Легче всего отыскивать задуманное слагаемое. «Я задумалъ число», говоритъ учитель, «знаете ли вы, сколько я задумалъ?» Ученики, если и пытаются отгадать, то, конечно, безъ успѣха. «Я вамъ намекну: къ задуманному числу я прибавилъ 5, и тогда у меня получилось 10». Болѣе способные ученики догадываются, для остальныхъ же дѣлается наглядная повѣрка, напр. на пальцахъ. Еще задается нѣсколько подобныхъ примѣровъ; рѣшеніе провѣряется наглядно. Затѣмъ можно задумать 1-е слагаемое, а также уменьшаемое, вычитаемое и т. д.

Дѣти любятъ примѣры съ задуманными числами, когда эти примѣры посильны для нихъ. Они любятъ вообще загадки и отгадки, и этой чертой дѣтской природы можно пользоваться во многихъ случаяхъ для оживленія занятій. Особенно интересуетъ всѣхъ, когда задумывать начнутъ сами ученики, а отгадывать будутъ товарищи или даже учитель.

Дѣленіе.

29. Два случая дѣленія. Дѣленіе, какъ извѣстно, распадается на 2 вида, различающіеся не вычисленіемъ, но смысломъ: дѣленіе на части и дѣленіе по содержанію. «3 братьямъ дали 6 пряниковъ и велѣли раздѣлить поровну; сколько получилъ каждый?» Это примѣръ дѣленія на части. Примѣръ дѣленія по содержанію такой: «братьямъ дали

6 пряниковъ и велѣли раздѣлить по парѣ; сколько было братьевъ?» Первый видъ дѣленія значительно доступнѣе: съ него мы и начнемъ, при чемъ всегда будемъ точно отличать одинъ отъ другого.

30. Таблица дѣленія. Если пропустить тѣ примѣры, гдѣ въ частномъ получается единица (3 : 3, 5 : 5 и т. п.), какъ несомнѣнно легкіе, то получимъ слѣдующую таблицу дѣленія: 4 : 2, 6 : 2, 8 : 2, 10 : 2, 6 : 3, 8 : 4, 10 : 5. Составить и усвоить ее не особенно трудно. Учитель начнетъ, положимъ, съ такого вопроса: «Если 2 калача раздѣлить поровну на васъ двоихъ, то сколько тогда получитъ каждый?» Отвѣтъ полный: «Два раздѣлить на двоихъ, будетъ по одному». — «4 раздѣлить на двоихъ?» «Кто дальше?» Ученики безъ труда проведутъ всю таблицу; въ концѣ они должны повторить ее всю снова, нѣсколько разъ. Полезна наглядная провѣрка таблицы.

Можно разрабатывать таблицу прямо вразбивку. «Кто изъ васъ умѣетъ раздѣлить сколько-нибудь на двоихъ?» Когда исчерпаютъ дѣленіе на двоихъ, тогда очередь за дѣленіемъ на троихъ, четверыхъ и т. д.

Выражаться лучше всего проще. «Раздѣлить на двоихъ», «подѣлить между двоими», «раздѣлить пополамъ» — эти выраженія удобнѣе, чѣмъ менѣе знакомое дѣтямъ «раздѣлить на двѣ равныя части».

Большого вниманія и подробной наглядной разработки требуетъ здѣсь, какъ и въ послѣдующихъ предѣлахъ, дѣленіе съ остаткомъ. Это самый цѣнный случай дѣленія, и всякій, кто мало обращаетъ вниманія на этотъ случай, дорого платится потомъ при дѣленіи многозначныхъ чиселъ. Выбираемъ изъ наглядныхъ пособій, хотя палочки и раскладываемъ ихъ сперва на 2 одинаковыхъ кучки, потомъ на 3, на 4 и т. д. Сперва беремъ для раскладыванія десятокъ, потомъ 9 и т. д. Эту работу можно повторить не разъ: чѣмъ чаще, тѣмъ лучше; она даетъ массу примѣровъ на дѣленіе съ остаткомъ.

31. Знакъ «раздѣлить». Когда таблица дѣленія составлена, повторена, провѣрена наглядно, вообще достаточно усвоена, можно сообщить знакъ дѣленія. Дѣти уже привыкли къ различнымъ знакамъ, убѣдились въ ихъ необходимости и понимаютъ ихъ смыслъ. Поэтому, нѣтъ никакого вреда, если прямо написать « : » и сказать, что эти двѣ точки значитъ «раздѣлить». Для укрѣпленія въ памяти, ученики читаютъ строки, написанныя учителемъ, и сами пишутъ подъ его диктовку.

32. Задачи на дѣленіе. Рѣшаются онѣ подобно задачамъ на предыдущія дѣйствія. Записывать рѣшеніе легко, если въ задачѣ прямо

помѣщено слово «раздѣлить». Но если вмѣсто этого слова имѣется «разсыпать», «разставить» или же совсѣмъ нѣтъ словъ, прямо указывающихъ на дѣйствіе (напр. въ задачѣ: «сколько стоитъ аршинъ сукна, если за 5 аршинъ заплачено 10 руб.?»), то представляется не мало опасности, что дѣти собьются: вмѣсто дѣленія они укажутъ что-нибудь, болѣе знакомое, напр. сложеніе или умноженіе (въ предыдущей задачѣ запишутъ такъ: $2+2+2+2+2=10$ или $2\times5=10$. Не отвергая подобныхъ отвѣтовъ, какъ имѣющихъ извѣстную долю основательности, наводимъ на дѣленіе такимъ пріемомъ. Представляемъ дѣлимое наглядно. «Вотъ эти 10 косточекъ замѣняютъ 10 руб.» «Сколько куплено аршинъ?» «Ты, будто бы, купилъ 1 арш., да ты, ты, ты, ты». «Кто же будетъ платить эти деньги: одинъ кто-нибудь?» — «Нѣтъ, всѣ». — «Какъ же: поровну, или нѣтъ?» — «Что же надо сдѣлать съ этими 10-ю рублями?» — «Раздѣлить на пятерыхъ».

33. Дѣленіе нечетныхъ чиселъ пополамъ. Ознакомленіе учащихся въ начальной школѣ съ простѣйшими долями очень важно въ практическомъ отношеніи: по выходѣ изъ школы, имъ гораздо чаще будутъ встрѣчаться употребительныя доли (половина, четверть, восьмушка), чѣмъ большія числа. Многіе до поступленія въ школу привыкли обращаться съ половинами, и мы не внесемъ никакой трудности, если введемъ дробь половину въ курсъ перваго полугодія. Она можетъ явиться прежде всего въ видѣ знакомыхъ величинъ: полкопейки, т.-е. гроша, полфунта, полсажени, полъ-листа и т. д. Затѣмъ находятъ половину четнаго числа и, наконецъ, половину нечетнаго. Для послѣдней цѣли беремъ, хотя, полоски изъ цвѣтной бумаги, въ числѣ 9, 7, 5, 3, и заставляемъ двоихъ учениковъ дѣлить между собою поровну. Получатся отвѣты: четыре съ половиной, три съ половиной и т. д. Обозначеніе $^1/_2$ показывать рано (это дѣло средней группы): всѣ отвѣты должны выражаться устно, записывать же достаточно лишь цѣлыя числа.

Изученіе простѣйшихъ долей должно совершаться нагляднымъ путемъ, напр. на различныхъ предметахъ указывается, что въ цѣломъ предметѣ содержится двѣ половины.

34. Дѣленіе по содержанію. Въ немъ важна не таблица и не знакъ, а самый смыслъ дѣйствія: таблица прежняя и знакъ прежній, смыслъ же совершенно особый.

Учитель беретъ 10 палочекъ и говоритъ, что онъ хочетъ раздѣлить десятокъ на пятки. «Какъ же я хочу раздѣлить десятокъ? Это повторяютъ нѣсколько разъ, пока не затвердятъ; иначе потомъ спутаются

и скажутъ, что учитель хотѣлъ раздѣлить пополамъ. Наглядно находятъ отвѣтъ и высказываютъ его такъ: «Десятокъ раздѣлить на пятки, будетъ 2». Чтобы убѣдиться, понятна ли эта фраза, можно спросить: «чего это два?» — «Два пятка». Затѣмъ начинается записываніе. «Сколько мы дѣлимъ?» Пишутъ 10. «Что мы дѣлаемъ?» — «Дѣлимъ». Пишутъ двѣ точки. «Какъ мы дѣлимъ?» — «На пятки». — «Какой же значокъ надо написать?» Отвѣчаютъ, что пять. Конецъ записывается безъ труда, самими учениками. Получается строка: $10 : 5 = 2$, которая и читается нѣсколько разъ такъ: «десятокъ раздѣлить на пятки, будетъ два».

Точно такъ же разрабатываются вопросы: десять раздѣлить на пары, 8 раздѣлить на пары, 6 и 4 раздѣлить на пары; 9 раздѣлить на тройки, 6 на тройки и 8 на четверки. Всего восемь результатовъ. Когда они разработаны наглядно, даемъ вопросы вразбивку отвлеченно. «Раздѣлить 4 на пары, сколько будетъ?» Всѣ усилія надо употребить на то, чтобы дѣленіе по содержанію читалось именно такъ, какъ показано, и чтобы не смѣшивались выраженія: «раздѣлить на пары» и «раздѣлить пополамъ», точно такъ же, какъ нельзя смѣшивать множимаго съ множителемъ.

Когда дѣти привыкнутъ къ подобному чтенію, можно его нѣсколько измѣнить и пользоваться такимъ: «десять раздѣлить по пяти, будетъ двоимъ» или «десять разложить на пятки, будетъ два». Терминъ «содержится» полезно пока опустить, съ тѣмъ, чтобы ввести его въ предѣлѣ 20 или 100. Знакъ дѣйствія остается одинъ и тотъ же для дѣленія на части и дѣленія по содержанію, такъ какъ въ обоихъ случаяхъ мы пользуемся терминомъ «раздѣлить» (поэтому-то и не торопиться съ выраженіемъ «содержится»). Если берется отвлеченный примѣръ, въ родѣ $6 : 2 = 3$, то онъ читается двояко: «6 раздѣлить пополамъ, будетъ 3», «6 раздѣлить на пары, будетъ 3». Иногда учитель требуетъ обоихъ чтеній, иногда же довольствуется однимъ, именно тѣмъ, какимъ пользуется ученики. Какъ только можно чаще, надо выяснять наглядно, что дѣлимъ ли 6 пополамъ, или же дѣлимъ 6 на пары, отвѣтъ получаемъ одинаковый въ обоихъ случаяхъ. Но если въ отвлеченныхъ примѣрахъ допустимъ оба чтенія, то въ задачахъ, смотря по ихъ содержанію, со всей точностью необходимо разграничивать оба случая дѣленія.

Въ задачахъ на дѣленіе по содержанію ученики часто, вмѣсто дѣленія, указываютъ сложеніе или умноженіе, какъ болѣе извѣстныя, а также вмѣсто дѣленія по содержанію хотятъ взять дѣленіе на части.

Учитель обязанъ принимать эти отвѣты, но въ то же время доводить непремѣнно и до совершенно точныхъ отвѣтовъ. Прочитана, напр. задача: «На фунтъ идетъ 4 свѣчи; сколько фунтовъ въ 8 свѣчахъ?» Прежде всего пусть найдутъ правильный отвѣтъ, независимо отъ того, кто какимъ дѣйствіемъ его нашелъ. (Правильный отвѣтъ служитъ средствомъ наведенія.) Потомъ предлагается высказать: «какъ узнали, что въ 8 свѣчахъ 2 фунта?» На это могутъ отвѣтить: или «$4+4=8$», или «$4\times2=8$», или же «8 раздѣлить пополамъ, будетъ 4». Лучшее наведеніе — разборъ данныхъ чиселъ. «Сколько всего свѣчъ?» — «8». Данное это записывается, при чемъ число 8 можно еще представить 8-ю палочками на классной доскѣ. «Что еще сказано про свѣчи?» — «Что ихъ на фунтъ идетъ четыре». Число 4 записывается. Числа 8 и 4 прочитываются нѣсколько разъ, съ той цѣлью, чтобы дѣти запомнили данныя: «Каковъ отвѣтъ задачи?» — «2». — «Что же нужно сдѣлать съ 8 и 4, чтобы получить 2?» Сказавши, что надо раздѣлить, дѣлятъ 8 черточекъ на четверки: раздѣлить на 4 равныя части нельзя, такъ какъ получится въ отвѣтѣ 2 свѣчи.

Итакъ, общій порядокъ наведенія слѣдующій: a) спрашивается отвѣтъ, b) выписываются данныя числа и c) ставится вопросъ: «что надо сдѣлать съ данными числами, чтобы получить отвѣтъ?»

Общіе выводы о дѣйствіяхъ въ предѣлѣ 10.

36. Наглядность. Предѣлъ перваго десятка разрабатывается преимущественно наглядно.

Иногда результатъ можетъ быть сперва найденъ устно, а потомъ уже провѣренъ на наглядныхъ пособіяхъ.

Лучшими наглядными пособіями служатъ тѣ, которыя окружаютъ ученика, находятся у него подъ руками: окна, картины, стулья, парты, сами дѣти и т. п., въ особенности пальцы. Затѣмъ слѣдуютъ рисунки на классной доскѣ. Пособія должны быть разнообразны и ясно видны ученикамъ. Сажень полезно оклеить цвѣтной бумагой такъ, чтобы каждый аршинъ отличался отъ сосѣдняго цвѣтомъ; также отмѣтить вершки на аршинѣ и дюймы на футѣ.

37. Вотъ еще дешевое, простое и интересное для дѣтей пособіе. Оно пригодно въ особенности тогда, когда повторяются всѣ дѣйствія до 10. Берется картонная полоса, длиной около полъ-аршина и шириной вершка четыре; параллельно ширинѣ наклеиваются на нее полоски цвѣтной бумаги попарно. Полученная полоска годится для счета

парами, для дѣленія на пары, для сложенія и вычитанія паръ. Показывая полосу, учитель предлагаетъ дѣтямъ сдѣлать числовые выводы, какіе кто можетъ. Можно приготовить полосы для счета тройками, четверками и пятерками.

38. Полные отвѣты. Забота о развитіи устной рѣчи приводитъ къ необходимости полныхъ отвѣтовъ. Ими должны выражаться всѣ наиболѣе важныя мѣста: части таблицъ, объясненія, окончательные отвѣты задачъ, выводы. Едва ли можно сочувствовать той формѣ полныхъ отвѣтовъ, когда ученикъ обязательно повторяетъ и вопросъ, придерживаясь словъ учителя: эта форма тяжела и неестественна. Лучше дать просторъ свободной рѣчи, состоящей, конечно, изъ полныхъ предложеній (съ подлежащимъ и сказуемымъ).

Воспитывая въ ученикахъ привычку говорить связно, учитель не долженъ, безъ особой необходимости, прерывать ихъ рѣчь, снабжать ее вставками и т. п. Пусть ученикъ выскажется, а учитель прослушаетъ; потомъ пусть учитель поправитъ, а ученикъ повторитъ связно, въ исправленной формѣ. Вообще, съ первыхъ же недѣль стараніе учителя должно быть направлено на то, чтобы на урокахъ ученики какъ можно болѣе излагали связно.

39. Задачи. Цѣль рѣшенія задачъ въ предѣлѣ 10 — научить дѣтей правильно указывать, какимъ дѣйствіемъ нашли они отвѣтъ.

Опаснѣе всего, когда прямое дѣйствіе смѣшивается съ обратнымъ (сложеніе съ вычитаніемъ, умноженіе съ дѣленіемъ) и менѣе вредно, когда основное съ производнымъ (сложеніе съ умноженіемъ). Помня основную цѣль: указаніе дѣйствій, учитель допуститъ большую ошибку, довольствуясь только отвѣтами. «Умѣютъ правильно рѣшать, такъ чего же больше?» Это невѣрное соображеніе приводитъ къ тому, что передъ сложными задачами дѣти становятся втупикъ.

Лучшіе способы рѣшенія задачъ, ведущіе къ достиженію намѣченной выше цѣли, состоятъ въ наглядномъ рѣшеніи или такомъ устномъ, за которымъ слѣдуетъ записываніе. Но всѣ задачи рѣшать такимъ путемъ будетъ долго, и нѣкоторыя можно рѣшать бѣгло, довольствуясь однимъ отвѣтомъ.

Условія задачъ должны быть близки къ жизни учениковъ. Учениковъ оживляетъ тотъ пріемъ, когда они привлекаются къ составленію условія; напр. учитель спрашиваетъ ихъ о цѣнахъ, вѣсѣ и другихъ, извѣстныхъ имъ, данныхъ. Сильно развиваетъ сообразительность то, когда вопросъ задачи не читается, а предоставляется смѣтливости дѣтей: «угадайте, что̀ спрашивается въ задачѣ?»

40. Бѣглый счетъ. Слѣдующія мѣста въ предѣлѣ 1-го десятка наиболѣе трудны: a) суммы и разности, не принадлежащія къ основнымъ, b) дѣленіе съ остаткомъ, c) переходъ сложенія въ умноженіе и d) различіе между дѣленіемъ на части и дѣленіемъ по содержанію. Эти мѣста особенно часто надо вспоминать при бѣгломъ счетѣ и продѣлывать достаточно примѣровъ, относящихся къ нимъ.

41. Самостоятельныя работы. Онѣ имѣютъ значеніе не столько для укрѣпленія знаній, сколько для пріученія къ правильному расположенію записей. На порядокъ и чистоту должно быть обращено большое вниманіе.

СТУПЕНЬ II.

Дѣйствія въ предѣлѣ 20.

Счетъ.

42. Прямой и обратный счетъ. Берутся какіе-нибудь предметы, которые всѣмъ хорошо видны, и пересчитываются. До 10, конечно, ученики считаютъ вѣрно; начиная съ одиннадцати, могутъ быть ошибки въ выговариваніи словъ; поэтому надо добиваться внятнаго и раздѣльнаго произношенія этихъ числительныхъ именъ: «один-надцать». Бываютъ случаи, что слова, въ родѣ «восемнадцать» смѣшиваются со словами, въ родѣ «восемьдесятъ». Это показываетъ, что до полнаго усвоенія названій чиселъ никакъ нельзя двигаться впередъ. Послѣ одиночнаго повторенія, можетъ итти хоровое разучиваніе, а затѣмъ вопросы вразбивку, напр. «сколько будетъ, если къ 18 прибавимъ 1?»

Обратный счетъ не особенно нуждается въ наглядности. За повтореніемъ числительныхъ именъ: двадцать, девятнадцать и т. д., слѣдуетъ, въ случаѣ необходимости, хоровое разучиваніе и затѣмъ вопросы въ разбивку: «сколько будетъ 20 безъ 1, 18 безъ 1, 16 безъ 1?» и т. д.

Хорошо, если наглядныя пособія, которыми пользуемся для счета въ предѣлѣ 20, будутъ отличаться слѣдующимъ качествомъ: предметы, изъ которыхъ набирается первый десятокъ, будутъ замѣтно разниться съ тѣми, изъ которыхъ набирается второй десятокъ. Напр., первыя 10 палочекъ пусть будутъ круглыя, а начиная съ 11-й — четырехугольныя; или первые 10 человѣкъ будутъ мальчики, а начиная съ 11-го человѣка — дѣвочки. Тогда всегда передъ глазами дѣтей будетъ выдѣляться основное свойство, по которому числа 2-го десятка распадаются на десятокъ и дополнительное число единицъ, напр. $18 = 10 + 8$.

Разложеніе чиселъ на десятокъ и единицы требуетъ частаго повторенія и большого количества наглядныхъ упражненій. Трудно будетъ

объяснить сложенiе и вычитанiе, если какое-угодно число не будетъ разлагаться быстро на десятокъ и единицы ($16 = 10 + 6$). Кромѣ разложенiй на предметахъ, полезенъ еще такой способъ. Три ученика, одинъ за другимъ, произносятъ: 1-ый «один», 2-ой «на», 3-iй «дцать». Учитель говоритъ: «слово одинъ понятно, что же значитъ дцать?» Если показать на разложенiе, сдѣланное при помощи предметовъ, то дѣти догадываются, что дцать значитъ десять; остается замѣнить слово «на» словомъ «да» или «и». Также и для остальныхъ числительныхъ именъ пусть ученики произведутъ подобный разборъ, притомъ нѣсколько разъ, пока, наконецъ, твердо не запомнятъ.

Существенно важно и необходимо обратное упражненiе. «Сколько будетъ 10 да 7, 10 да 5, 10 да 3?» и т. п. Нѣкоторые изъ этихъ примѣровъ продѣлать наглядно, напр, на пальцахъ рукъ, при чемъ первые 10 пальцевъ протягиваетъ одинъ ученикъ, а дополнительное къ нимъ число — другой.

43. Письменное обозначенiе чиселъ. Оно начинается съ того, что учитель вызываетъ желающихъ «не умѣетъ ли кто-нибудь изъ васъ написать 11 и 12?» Желающiе, навѣрно, найдутся. «Сколько значковъ написано здѣсь?» «А здѣсь?» «Какой значокъ стоитъ направо, какой налѣво?» «Почему налѣво одинаковые значки?» При этомъ числа 11 и 12 разлагаются, при помощи предметовъ, на десятокъ и единицы (что значитъ слово единица — придется пояснить: одинъ предметъ). Если ученики не отвѣтятъ, то прямо присоединить второй вопросъ: «одинаковые ли значки стоятъ направо?» «Почему?» При неудачныхъ отвѣтахъ взять еще новое число 13, подчеркнуть одинаковыя лѣвыя цифры и сравнить, по предыдущему, всѣ три числа. Получится выводъ: «десятокъ пишется лѣвѣе, а единицы правѣе».

Подобнымъ же образомъ сравниваются обозначенiя 10 и 20, причемъ послѣднее обозначенiе напишетъ знающiй изъ учениковъ, а въ крайнемъ случаѣ, и самъ учитель. «Какiе значки стоятъ налѣво?» «Почему?» Если не скажутъ, то стоитъ только намекнуть «сколько десятковъ въ 20?» «Сколько десятковъ въ 10?» Или же можно спросить: «что показываютъ значки, стоящiе лѣвѣе?» Такимъ образомъ будетъ объяснено, что 2 въ обозначенiи двадцати выражаетъ десятки; остается сказать про нуль, или про «кружокъ» (этотъ терминъ пока умѣстнѣе). «Есть ли въ 20 сколько-нибудь единицъ сверхъ 2 десятковъ?» «Есть ли въ 10 сколько нибудь единицъ сверхъ десятка?» При этомъ терминъ «единица» можно замѣнить болѣе простымъ «палочка» и такую замѣну полезно производить неоднократно, чтобы дѣти поняли значенiе слова

«единица». Выводъ получается въ такой формѣ: «кружокъ показываетъ, что единицъ, сверхъ десятковъ, нѣтъ».

Если составъ учениковъ не особенно благопріятенъ или же учитель спѣшитъ, то не будетъ никакого вреда въ томъ, что прямо, безъ всякихъ объясненій, напишемъ на классной доскѣ: 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, заставимъ прочитать, переписать въ тетради и запомнить. Объясненія же можно отложить до того времени, когда будемъ показывать нумерацію чиселъ 1-й сотни.

Сложеніе.

44. Усвоеніе таблицы сложенія. Въ предѣлѣ 20 надо усвоить результаты, получаемые отъ сложенія однозначныхъ чиселъ: Такъ какъ ихъ довольно много, то учить всѣ подъ рядъ и трудно и скучно. Чтобы облегчить это дѣло, лучше всего, по примѣру перваго десятка, изучить сперва нѣсколько наиболѣе важныхъ, основныхъ суммъ, а остальныя выведутся безъ труда изъ нихъ. За такія основныя суммы ближе всего принять тѣ, гдѣ идетъ счетъ равными группами. Это будутъ: $9 + 3$ (здѣсь счетъ тройками, такъ какъ къ 3 тройкамъ прибавляется еще одна), $8 + 4$ (счетъ четверками, такъ какъ къ двумъ четверкамъ прибавляется еще одна), $6 + 6$ (счетъ шестерками), $7 + 7$, $8 + 8$, $9 + 9$. Эти суммы запоминаются довольно легко: 1) ихъ немного, и, слѣд., отъ памяти не требуется большого напряженія, 2) онѣ болѣе извѣстны ученикамъ, которые еще до поступленія въ школу, можетъ-быть, считали тройками, четверками и т. д. Суммы эти важны еще въ томъ отношеніи, что если ихъ основательно изучить, то этимъ будетъ оказана большая услуга умноженію. Если, напр., дѣти знаютъ, что $8 + 4 = 12$, то имъ легко смекнуть: $4 \times 3 = 12$; если твердо усвоено, что $6 + 6 = 12$, то отсюда прямо вытекаетъ, что $6 \times 2 = 12$. Такимъ образомъ, твердое знаніе основныхъ суммъ замѣтно облегчаетъ умноженіе.

Разрабатывать основныя суммы лучше всего попутно, при прямомъ и обратномъ счетѣ парами, тройками и т. д. При такомъ порядкѣ вносится въ занятія значительное разнообразіе и ясная послѣдовательность. (Конечно, ничто не мѣшаетъ прямо приступить къ таблицѣ сложенія и пройти ее особо, съ тѣмъ, чтобы сложеніе двузначныхъ чиселъ съ однозначными отодвинуть на послѣдующее время).

45. Счетъ парами, пятками и десятками. Это самая легкая работа въ предѣлѣ 20, такъ какъ здѣсь нѣтъ труднаго перехода изъ одного десятка въ другой, а требуется только знать сложеніе чиселъ въ пре-

дѣлѣ 10 и составъ двузначныхъ чиселъ изъ десятка и единицъ. Нагляднымъ пособіемъ возьмемъ, хотя, пальцы. Учитель начинаетъ: «Сколько будетъ 2 да 2?» «4 да 2?» «Кто скажетъ далѣе?» Ученики излагаютъ полными предложеніями: два да два будетъ четыре, четыре да два будетъ шесть...», кончая $18 + 2 = 20$. Хорошо, если всю эту таблицу повторитъ одинъ ученикъ, безъ помощи учителя и товарищей. Затѣмъ можно повторить таблицу хоромъ и предложить вопросы вразбивку: «Сколько будетъ $14 + 2$, $16 + 2$, $12 + 2$?» и т. д.

Обратный счетъ парами совершается подобнымъ же образомъ. «Кто умѣетъ отсчитывать парами?» Начать отсчитывать отъ 20. Начнетъ болѣе способный ученикъ, а за нимъ продолжатъ и слабые. Заканчивается обратный счетъ связнымъ повтореніемъ всей таблицы ($20 - 2$, $18 - 2$, $16 - 2$, $14 - 2$, $12 - 2$, $10 - 2$, $8 - 2$, $6 - 2$, $4 - 2$, $2 - 2$) и вопросами вразбивку.

Несомнѣнно, что обратный счетъ можно отложить до вычитанія. Здѣсь же онъ введенъ съ тою цѣлью, чтобы дѣти лучше освоились съ числами отъ 10 до 20 и еще разъ усмотрѣли связь между сложеніемъ и вычитаніемъ.

Нагляднаго объясненія требуетъ, въ особенности, слѣдующее мѣсто. При сложеніи, наприм., 14 и 2, дѣти должны понять, что стоитъ только сложить 4 съ 2 и отвѣтъ 6 присоединить къ десятку. Это вполнѣ будетъ видно въ томъ случаѣ, если будемъ объяснять на пальцахъ, или если палочки 1-го десятка будутъ отличаться отъ палочекъ 2-го десятка.

Но этотъ пріемъ, по которому 2 прикладывается къ 4 и полученное число 6 присоединяется къ 10, можетъ показаться труднымъ въ первые уроки. Тогда обратиться къ извѣстному пріему, т.-е. присчитать сперва одну единицу, а затѣмъ и другую: $14 + 1 = 15$, $15 + 1 = 16$. Точно такъ же и при обратномъ счетѣ парами, можно отнимать сперва одну единицу, а потомъ другую, если дѣти плохо поймутъ, что достаточно отнять 2 отъ единицъ и остатокъ присоединить къ десятку.

Прямой и обратный счетъ пятками и десятками сводится къ слѣдующимъ дѣйствіямъ: $5 + 5$, $10 + 5$, $15 + 5$, $20 - 5$, $15 - 5$, $10 - 5$, $5 - 5$, $10 + 10$, $20 - 10$.

46. Счетъ четверками и восьмерками. Онъ непосредственно примыкаетъ къ счету парами, такъ что счетъ четверками можно основать на счетѣ парами. «Сколько будетъ 4 да 2 да 2?» «Сколько будетъ 8 да 2 да 2?» «Сколько будетъ 8 да 4?» Такимъ образомъ, чтобы приложить 4 къ 8, прикладываемъ сперва одну пару, а потомъ къ полученному

числу и другую. Далѣе 4 прикладывается къ 12 и 16. При сложеніи $16+4$ лучше всего дѣлать такъ: $6+4=10, 10+10=20$, но можно и такъ: $16+2=18, 18+2=20$, или же наконецъ: $16+1=17, 17+1=$ $=18, 18+1=19, 19+1=20$. Хотя первый способъ скорѣе ведетъ къ цѣли, но нельзя отвергать и остальныхъ: если отвѣтъ ученика правиленъ, то необходимо принять этотъ отвѣтъ, а потомъ уже и наводить на тотъ, который считается болѣе пригоднымъ (въ данномъ случаѣ тотъ, когда сразу прибавимъ 4 къ 6).

Чтобы приложить 8 къ 8, прикладываемъ къ 8 сперва 4, а потомъ къ полученному еще 4.

Обратный счетъ четверками и восьмерками состоитъ изъ такихъ дѣйствій: $20-4, 16-4, 12-4, 8-4, 4-4, 16-8$. При этомъ, напр., $16-4=12$ потому, что $6-4=2$, а $10+2=12$, или же можно отсчитывать по парѣ ($16-2, 14-2$), по единицѣ и т. д.

47. Счетъ тройками, шестерками и девятками. Естественнымъ нагляднымъ пособіемъ при счетѣ тройками являются суставы пальцевъ, такъ какъ ихъ на каждомъ изъ 4 пальцевъ находится по три. Прямой и обратный счетъ тройками выражается такими дѣйствіями: $3+3, 6+3, 9+3, 12+3, 15+3, 18-3, 15-3, 12-3, 9-3,$ $6-3, 3-3$. Труднѣе другихъ усваиваются строки: $9+3$ и $12-3$. Въ нихъ присчитываніе и отсчитываніе 3-хъ можетъ быть замѣнено присчитываніемъ и отсчитываніемъ единицъ, или же отсчитываніе можетъ быть сведено къ присчитыванію: «Сколько будетъ 9 да 3?» «Сколько будетъ 12 безъ 3-хъ?», т.-е. пользуемся связью между сложеніемъ и вычитаніемъ, которая выясняться должна, главнымъ образомъ, наглядно.

Счетъ шестерками и девятками приводится, въ случаѣ затрудненія, къ счету тройками, такъ какъ $6=3+3$, а $9=3+3+3$. Что $9+9=$ $=18$, это могутъ ученики объяснить и такъ: $10+10=20$, да надо съ каждаго десятка скинуть по 1, останется 18.

48. Счетъ семерками. Что $7+7=14$, это узнается разложеніемъ второй семерки на группы и присчитываніемъ этихъ группъ, напр. $7=3+4$, поэтому $7+3=10, 10+4=14, 7+7=14$. Что $14-7=7$. это ученики скажутъ, если только они помнятъ, что $7+7=14$.

Для лучшаго усвоенія счета семерками, равно какъ ранѣе объясненнаго счета парами, тройками и т. д., полезна повѣрочная наглядность, т.-е. сперва находятъ отвѣтъ устно, а потомъ провѣряютъ его на наглядныхъ пособіяхъ. Въ предѣлѣ второго десятка пора уже переходить отъ непосредственной наглядности къ этой повѣрочной.

Помогаетъ усвоенію результатовъ также и письмо табличекъ, особенно самостоятельное, притомъ многократное. Когда таблицы написаны въ тетрадяхъ или на классной доскѣ, ихъ можно читать и разучивать хоромъ.

Основныя суммы, во всякомъ случаѣ, должны быть усвоены твердо, иначе нельзя двигаться далѣе; впрочемъ, это усвоеніе идетъ легко и скоро.

49. Нахожденіе суммъ, не принадлежащихъ къ основнымъ. Всѣ онѣ сводятся къ основнымъ. Средства для наведенія слѣдующія: a) Перестановка слагаемыхъ. Такъ какъ $8+4=12$, то $4+8$ тоже равняется 12. Вообще, если 1-е слагаемое менѣе второго, то, переставивши ихъ, получимъ случай, гдѣ 1-е слагаемое болѣе второго. б) Приведеніе къ извѣстнымъ суммамъ и опроверженіе, при ихъ помощи, ошибочныхъ отвѣтовъ. Напр. $6+5$ не можетъ равняться 10, такъ какъ $5+5=10$, не можетъ равняться 13, такъ какъ, если $6+6=12$, то меньшее число 5 вмѣстѣ съ тѣмъ же числомъ 6 никогда не дастъ большаго числа, т.-е. 13. c) Вездѣ, гдѣ слагаемымъ служитъ 9, достаточно замѣнить его десяткомъ, а потомъ сдѣлать соотвѣтствующую поправку. Напр., требуется вычислить $9+5$; такъ какъ $10+5=15$, то $9+5$ даетъ на единицу менѣе, т.-е. 14. d) Если одно изъ данныхъ чиселъ измѣняется на единицу, то и сумма измѣняется на столько же. Если $6+6=12$, то $7+6=13$; точно такъ же, $8+4=12$, поэтому $8+5=13$. e) Наконецъ, можно дѣлать наведеніе при помощи пятковъ, напр. $7+6$ замѣнить черезъ $5+2$ и $5+1$, а такъ какъ $5+5=10$ и $2+1=3$, то всего будетъ 13.

Свойствами, которыя здѣсь приведены въ пунктахъ a, b и d, приходилось пользоваться еще въ предѣлѣ 1-го десятка. Въ случаѣ необходимости, не лишнее еще разъ объяснить эти свойства при помощи предметовъ.

Существенно важно, чтобы дѣти привыкли сами прилагать свойства, указанныя въ пунктахъ a, b и d, и связно объяснять ихъ примѣненіе. Достигается это лучше всего тогда, когда ученики придумываютъ примѣры, подобные тѣмъ, какіе беретъ учитель. «Сколько будетъ 9 да 3?» «Сколько будетъ 3 да 9?» «Скажите оба отвѣта вмѣстѣ». Ученики говорятъ: «9 да 3 будетъ 12, и 3 да 9 будетъ 12?» — «Сколько будетъ 17 да 2?» «Сколько будетъ 2 да 17?» «Скажите оба отвѣта вмѣстѣ». «Сколько будетъ 8 да 5?» «Кто догадается, про что я спрошу теперь?» — «Сколько будетъ 5 да 8». — «Вѣрно, скажите же оба отвѣта вмѣстѣ». «Кто придумаетъ свои примѣры, гдѣ бы также приходилось говорить

2 отвѣта вмѣстѣ». Ученики придумываютъ и выражаютъ примѣры такъ: «9 да 2 будетъ 11, и 2 да 9 будетъ 11».

Суммы, не принадлежащія къ основнымъ, усваиваются постепенно, на примѣрахъ и задачахъ. Въ случаѣ ошибокъ, помогаютъ тѣ наведенія, какія указаны выше.

50. Задачи на сложеніе. Въ предѣлѣ 1-го десятка достаточно разобрать простѣйшіе изъ вопросовъ сложенія, встрѣчающіеся въ житейскихъ расчетахъ. Въ предѣлѣ же 2-го десятка пора заняться болѣе труднымъ дѣломъ и внести задачи, въ которыхъ требуется найти число, большее даннаго на нѣсколько единицъ. Напр.: «Въ одномъ городѣ 9 церквей, а въ другомъ 2-мя больше. Сколько церквей во 2-мъ городѣ?» Дѣти достаточно подготовлены къ тому, чтобы не затрудниться подобными вопросами. Впрочемъ, если бы потребовалась помощь, то выраженіе «2-мя церквами больше» удобно замѣнить болѣе легкимъ: «лишнихъ двѣ церкви». Слово «увеличить» вводить пока преждевременно; умѣстно имъ пользоваться, начиная со 2-го года.

Въ подобныхъ задачахъ, т.-е. въ такихъ, гдѣ отыскивается число, больше даннаго на нѣсколько единицъ, избѣгать надо слишкомъ искусственныхъ условій, не соотвѣтствующихъ характеру дѣйствительныхъ практическихъ вопросовъ. Напр.: «кофейникъ вѣситъ 5 фунт., тазъ на 2 фунта тяжеле, найти вѣсъ таза», — подобные расчеты, гдѣ вѣсъ таза сравнивается съ вѣсомъ кофейника и измѣряется при его помощи, чужды даже и взрослымъ, не говоря уже о дѣтяхъ. Дѣтямъ доступны и интересны вопросы, гдѣ они спорятъ, кто выше, кто тяжеле, въ чьей деревнѣ больше домовъ и т. п.

Вообще, содержаніе задачъ имѣетъ большое вліяніе на успѣхъ, съ которымъ онѣ рѣшаются. Стоитъ дать задачу, условіе которой противорѣчитъ обыкновеннымъ житейскимъ отношеніямъ, и дѣти останавливаются въ недоумѣніи, и это случается не потому, что для нихъ трудно вычисленіе, а потому, что они раздумываютъ, какъ можетъ получиться то неестественное положеніе, о которомъ говорится въ задачѣ.

Вычитаніе.

51. Основныя разности. При обратномъ счетѣ парами, тройками и т. д. вычитаніе уже усвоено въ значительной мѣрѣ. Теперь остается его повторить и распространить. Основными разностями служатъ: 12 — 3, 12 — 4, 12 — 6, 14 — 7, 16 — 8, 18 — 9, т.-е. всѣ тѣ, которыя выражаютъ обратный счетъ тройками, четверками и т. д., и притомъ

составляютъ однозначныя числа. Онѣ должны быть твердо усвоены. Для этого служатъ наглядныя упражненія и бѣглый счетъ.

52. Таблица вычитанія. Всѣ остальныя разности, не принадлежащія къ основнымъ, могутъ быть усвоены постепенно, при рѣшеніи задачъ, при бѣгломъ счетѣ и на самостоятельныхъ работахъ. Добываютъ ихъ дѣти по одному изъ слѣдующихъ способовъ: а) отсчитываютъ группами по нѣскольку единицъ или даже отсчитываютъ по единицѣ; напр., чтобы вычесть 7 изъ 15, отсчитываютъ сперва 3, потомъ хотя 2, потомъ еще 2; чтобы вычесть 6 изъ 13, вычитаютъ сперва 3 и потомъ опять 3. б) Пользуются основными разностями, напр. 13 — 4 не можетъ равняться 8, такъ какъ 12 — 4 = 8, не можетъ равняться и 10, такъ какъ 14 — 4 = 10, слѣдовательно должно равняться непремѣнно 9. с) Сводятъ вычитаніе къ сложенію. Если, напр., ученикъ ошибочно рѣшитъ, сколько будетъ 12 безъ 5, и скажетъ «6», то учитель наводитъ вопросомъ: «Сколько будетъ, если 6 сложить съ 5-ью?» Это средство наведенія должно употребляться предпочтительно передъ тѣми, какія указаны въ пунктахъ а и б. На первое время придется, можетъ-быть, наглядно напомнить о связи между сложеніемъ и вычитаніемъ. Вообще же, чѣмъ чаще выставлять эту связь въ примѣрахъ и задачахъ, тѣмъ полезнѣе.

Примѣры, подобные 17 — 3, т.-е. въ которыхъ остатокъ двузначный, не принадлежатъ, собственно говоря, къ таблицѣ. Они объясняются такъ. На палочкахъ или на чемъ-нибудь подобномъ выводится, что отнимать слѣдуетъ отъ единицъ, а десятокъ остается неприкосновеннымъ. Ученики должны умѣть давать слѣдующее объясненіе: «Отъ 7 отнять 3, будетъ 4, а отъ 17 отнять 3, будетъ 14». На этой ступени вполнѣ уже можно требовать подобныхъ краткихъ и доступныхъ объясненій. Сперва ихъ, конечно, способны говорить лишь лучшіе ученики. При этомъ учитель съ большой терпѣливостью и снисходительностью пусть выслушаетъ рѣчь, не прерывая ея ни въ какомъ случаѣ, пока она не окончена, не торопя и не дѣлая вставокъ, вообще не мѣшая говорить. Если рѣчь требуетъ исправленія, то сдѣлать его тогда, когда ученикъ кончилъ, затѣмъ заставить повторить, пока всѣ не запомнятъ исправленной формы. Можно дать образецъ подобной формы. Первые шаги на пути самостоятельныхъ объясненій особенно требуютъ умѣстнаго одобренія со стороны учителя; когда же дѣло нѣсколько окрѣпнетъ, тогда допустимо и болѣе строгое отношеніе къ отвѣтамъ.

Примѣры, подобные 17 — 14, т.-е. въ которыхъ уменьшаемое и вычитаемое двузначныя, тоже не принадлежатъ, собственно говоря,

къ таблицѣ вычитанія. Порядокъ рѣшенія ихъ таковъ. Наглядно объясняется, что отъ десятка отнимается десятокъ, при этомъ ничего не остается, потомъ отъ 7 единицъ отнимается 4, остается 3. Ученики могутъ выражать выводъ въ такой краткой формѣ: «отъ 7 отнять 4, будетъ 3, значитъ отъ 17 отнять 14, будетъ 3». Чтобы разсматриваемое свойство было видно яснѣе, можно данныя числа записывать и изложеніе вести по записи, тогда наглядно представится то, что цифры десятковъ одинаковы.

53. Задачи на вычитаніе. Въ задачахъ этого отдѣла упоминается уменьшеніе числа, т.-е. нахожденіе такого числа, которое меньше даннаго на нѣсколько единицъ. Дѣти уже достаточно подготовлены для того, чтобы безъ труда рѣшать подобные вопросы. Дана, напр., задача: «Въ одной деревнѣ 19 домовъ, а въ другой 1 домомъ меньше. Сколько домовъ во 2-й деревнѣ?» Если бы выраженіе «однимъ домомъ меньше» затруднило дѣтей, то его можно бы замѣнить такимъ: «во второй деревнѣ недостаетъ одного дома противъ первой» или «нехватаетъ». Можно воспользоваться въ этомъ случаѣ и наглядностью.

Въ задачахъ на разностное сравненіе, т.-е. на опредѣленіе того, на сколько одно число больше другого, ученики иногда ошибаются въ томъ, какимъ дѣйствіемъ найденъ отвѣтъ. «На сколько дюжина больше десятка?» Въ этой задачѣ правильная запись такова: 12 — 10 = 2. Чтобы навести на нее, выспрашиваемъ сперва отвѣтъ и пишемъ его на классной доскѣ; потомъ спрашиваемъ про данныя числа; наконецъ, ставится вопросъ, какъ изъ 12 и 10 получить 2. Если дѣти скажутъ, что «къ 10 присчитать 2, будетъ 12», то опровергнуть тѣмъ, что у нихъ отвѣтъ 12, а нуженъ отвѣтъ 2.

Нѣкоторымъ дѣтямъ съ трудомъ даются фразы въ родѣ «12 больше 10 на 2». Въ такомъ случаѣ, пусть сперва самъ учитель произнесетъ раздѣльно по словамъ, а по его примѣру пусть произнесутъ и тѣ ученики, которые неправильно выговариваютъ слова.

Задачи на вычитаніе, послѣ устнаго рѣшенія, иногда записываются для того, чтобы выдѣлить дѣйствіе, какимъ онѣ рѣшены.

54. Задачи на сложеніе и вычитаніе. Сложныя задачи въ предѣлѣ 20 должны рѣшаться нѣсколько иначе, чѣмъ сложныя задачи въ предѣлѣ 10. По мѣрѣ того какъ ученики все болѣе и болѣе привыкаютъ вычислять, писать и объяснять, они должны все самостоятельнѣе записывать и объяснять рѣшеніе. Въ задачахъ на сложеніе и вычитаніе можно двинуться впередъ въ томъ смыслѣ, что ученики съ меньшей помощью учителя будутъ писать строки рѣшенія. Возьмемъ для при-

мѣра такую задачу: «Должникъ занялъ 19 рублей. 13 рублей онъ уплатилъ въ срокъ. Остальное проситъ разложить поровну на 2 мѣсяца. Посколько хочетъ платить онъ въ мѣсяцъ?»

Условіе задачи прочитывается внятно и раздѣльно, при чемъ особенно ясно должны быть произносимы числительныя имена. Условіе можетъ быть повторено учителемъ или учениками лишь въ томъ случаѣ, если дѣти утомились и не въ состояніи усвоить его съ перваго раза. Затѣмъ дается время подумать. Говорятъ отвѣтъ сперва средніе ученики, потомъ слабые (особенно, желающіе изъ нихъ) и, наконецъ, лучшіе: слабыхъ нельзя спрашивать въ самомъ началѣ, такъ какъ они едва ли успѣли придумать. Отвѣтъ спрашивается потому, что онъ много способствуетъ правильному разбору рѣшенія. Разборъ начинается вопросомъ: «что̀ вы сперва сдѣлали, чтобы рѣшить задачу?» Можно бы спросить «что̀ вы узнали?», но этотъ вопросъ труднѣе перваго и болѣе соотвѣтствуетъ развитію учениковъ средняго отдѣленія. Отвѣтъ слѣдуетъ такой: «отъ 19 отсчитали 13, осталось 6». Если бы отвѣта не послѣдовало, то пришлось бы заставить продѣлать задачу на предметахъ или повторить начало условія: «должникъ занялъ 19 рублей. 13 рублей онъ уплатилъ». Строка «19 — 13 = 6» не записывается, а лишь запоминается. Второй вопросъ ставится въ такой формѣ: «что̀ вы сдѣлали далѣе?» Отвѣтъ: «6 раздѣлили пополамъ, получили по 3». Опять, въ случаѣ неудачнаго отвѣта, навести тѣмъ, что прочитать «остальное проситъ разложить»; если не поможетъ, то спросить: «сколько рублей остается?» «Какъ разложить?» Теперь, когда ходъ рѣшенія изложенъ, пусть ученики запишутъ его самостоятельно. «Сколько строкъ вы запишете?» «Пишите». Учитель обходитъ парты и просматриваетъ работы. Затѣмъ вѣрная запись переносится на классную доску для того, чтобы слабые ученики могли провѣрить строки.

Какъ видно, разница между этимъ порядкомъ рѣшенія и тѣмъ, какой прилагается въ предѣлѣ 10, состоитъ въ расширеніи самостоятельнаго записыванія: записывается рѣшеніе все въ цѣлости, послѣ того какъ оно изложено устно, а не записывается по строкамъ, по мѣрѣ того какъ указываются эти строки.

Умноженіе.

55. Усвоеніе таблицы. Таблица умноженія въ предѣлѣ 20 содержитъ, во-первыхъ, нѣкоторые результаты, найденные еще въ предѣлѣ 10, а во-вторыхъ, слѣдующія новыя произведенія: 2×6, 2×7,

2×8, 2×9, 2×10; 3×4, 3×5, 3×6; 4×3, 4×4, 4×5; 5×3, 5×4, 6×2, 6×3; 7×2, 8×2, 9×2. Если основныя суммы въ предѣлѣ 20 усвоены твердо и счетъ парами, тройками и т. д. разъясненъ основательно, то умноженіе дается легко. Учитель только начнетъ рядъ вопросовъ: «сколько будетъ 2 пары?» «3 пары?» «Кто продолжитъ?» Ученики, замѣтивши послѣдовательность, продолжаютъ счетъ парами; не будетъ никакого вреда, если они при этомъ выйдутъ за предѣлъ 20. При счетѣ тройками пусть самостоятельно напишутъ табличку: $3 \times 2 = 6$, $3 \times 3 = 9$, $3 \times 4 = 12$, $3 \times 5 = 15$, $3 \times 6 = 18$, учитель дастъ только начальные вопросы, а потомъ заставитъ, для провѣрки, прочитать строки и повторить ихъ нѣсколько разъ въ одиночку и хоромъ, съ цѣлью лучшаго усвоенія. Объясняется умноженіе сложеніемъ. Напримѣръ $3 \times 6 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$, или же такъ: 5 троекъ составляютъ 15, да еще 1 тройка, всего 18. Таблица умноженія 4-хъ, 5-ти и т. д. составляется подобнымъ же образомъ. Запоминаются всѣ найденныя произведенія безъ особаго труда, путемъ частаго повторенія и бѣглаго счета. На первое время можно обойтись безъ твердаго знанія результатовъ, такъ какъ дѣти понимаютъ, какъ они вычисляются, и быстро находятъ ихъ сложеніемъ.

Запоминаніе табличныхъ результатовъ является для дѣтей занятіемъ однообразнымъ и скучнымъ. Для оживленія, можно въ концѣ урока обращаться съ вопросомъ: «кто изъ васъ что-нибудь запомнилъ изъ этого урока?» Иногда попробовать самому учителю давать въ шутку невѣрные отвѣты и заставлять учениковъ поправлять себя. Учитель говоритъ: «3 четверки составляютъ 13». Ученики должны поправить.

56. Перестановка производителей. Общія числовыя свойства, въ родѣ «сумма не измѣняется при перестановкѣ слагаемыхъ», «произведеніе не измѣняется при перестановкѣ производителей», «если слагаемое сдѣлается на единицу меньше, то и сумма тоже сдѣлается на единицу меньше» и т. п., должны быть сообщены дѣтямъ еще въ первомъ году, но никакъ не въ видѣ отвлеченныхъ выводовъ, а на примѣрахъ. «Сколько будетъ 5×3?» «Сколько будетъ 3×5?» «Повторите все вмѣстѣ». Ученики говорятъ: «3 пятерки будетъ 15, и 5 троекъ будетъ 15». Учитель даетъ еще нѣсколько примѣровъ въ томъ же родѣ и потомъ заставляетъ учениковъ придумывать свои примѣры и говорить хотя такъ: «2 семерки будетъ 14, и 7 паръ будетъ 14». Свои примѣры ученики могутъ сперва писать, съ тѣмъ, чтобы потомъ прочитывать написанное. Перестановка производителей облегчаетъ вычисленіе

и даетъ средство для провѣрки. Кто не знаетъ, что 5 четверокъ составляютъ 20, тотъ, можетъ-быть, помнитъ, что 4 пятка равны 20, и этимъ воспользуется. Точно такъ же, для умноженія 2-хъ на 6, наводящимъ вопросомъ является тотъ, гдѣ 6 берется 2 раза.

Но перестановка производителей никоимъ образомъ недопустима въ строкахъ, выражающихъ рѣшеніе задачи. Въ нихъ множимое всегда занимаетъ первое мѣсто, а множитель второе.

Напримѣръ, «Сколько полуфунтовъ въ 9 фунтахъ?», эта задача даетъ строку: $2 \times 9 = 18$, а не $9 \times 2 = 18$.

57. Увеличеніе въ нѣсколько разъ. Увеличить число въ нѣсколько разъ значитъ найти такое число, которое болѣе даннаго въ нѣсколько разъ. Этотъ родъ увеличенія болѣе затрудняетъ дѣтей, чѣмъ тотъ, который требуетъ сложенія. Поэтому въ основаніи объясненія ставимъ наглядность. «Вотъ тебѣ пара цвѣтныхъ полосокъ. Держи, чтобы всѣмъ было видно». «Вотъ и тебѣ пара цвѣтныхъ полосокъ. Держи выше!» «Поровну ли они получили?» «Даю тебѣ еще пару полосокъ, другого цвѣта». «Сколько разъ давалъ я ему?» «А ему?» «Даю еще разъ пару цвѣтныхъ полосокъ. Который получилъ больше?» «Сколько разъ давалъ каждому?»—«Этому 3 раза, а этому одинъ разъ». «Слушайте: у одного втрое больше, чѣмъ у другого». Повторяютъ нѣсколько разъ: «У Пушкина втрое больше, чѣмъ у Ероѳеева». — «Почему же втрое больше?» — «Потому что у Пушкина 3 пары, а у Ероѳеева одна пара». Это объясненіе повторяется нѣсколько разъ. «Вотъ тебѣ 4 пары карандашей, а тебѣ 1 пара. Сколько штукъ получилъ каждый изъ васъ?» «Во сколько разъ 8 больше 2?» — «8 больше 2-хъ въ 4 раза». Это выраженіе твердо разучивается, такъ какъ къ подобному языку дѣти мало привычны. «Почему 8 больше 2-хъ вчетверо?» — «Потому что въ восьми четыре пары, а въ двухъ одна пара». — «Во сколько разъ 15 больше 5?» — «15 больше 5 въ 3 раза». — «Потому что въ пятнадцати 3 пятка, а въ пяти одинъ».

58. Этими объясненіями дано понятіе о томъ, что̀ значитъ выраженіе «одно число больше другого въ нѣсколько разъ». На послѣдующихъ урокахъ не разъ будемъ вынуждены возвращаться къ подобному объясненію, сопровождая его наглядностью. «Протяни, дѣвочка, 5 пальцевъ!» «Протяните, мальчики, 20 пальцевъ!» «Во сколько разъ мальчики протянули больше?» «Почему?» — «Потому что мальчики протянули 4 руки, а дѣвочки только одну». Полезно чертить крестики или другіе значки. Направо, положимъ, начертили 3 крестика, а налѣво 4 такихъ группы по 3 крестика; сосчитываемъ количество тѣхъ и

другихъ значковъ и выводимъ, что 12 больше 3-хъ вчетверо, потому что направо одна тройка, а налѣво 4 такихъ тройки.

Для нагляднаго представленія, что̀ значатъ слова «одинъ предметъ больше другого въ нѣсколько разъ», пригодны линейныя мѣры: сажень, аршинъ и футъ. Напр., видя передъ собою сажень, раздѣленную на аршины, дѣти сознательно говорятъ: «сажень больше аршина втрое, потому что въ сажени 3 аршина».

Итакъ, понятіе объ увеличеніи числа должно быть утверждено наглядными работами, подобными предыдущимъ. Переходъ къ отвлеченному увеличенію совершается такъ. «Тебѣ я даю 4 пера». «А тебѣ хочу дать вдвое больше. Сколько же именно?» Отвѣтъ 8 провѣряется, т.-е. наглядно указывается, почему 8 вдвое больше четырехъ. Затѣмъ слѣдуютъ вопросы: «Ему втрое больше. Сколько?» «Ему вчетверо. Сколько?»

59. Бѣглый счетъ на умноженіе. Наибольшую важность имѣютъ тѣ вопросы, гдѣ отыскивается число, которое больше даннаго въ нѣсколько разъ. Напр. «какое число вдвое больше 10?» Эти вопросы должны быть даны въ большомъ количествѣ, чтобы ученики рѣшали ихъ, въ концѣ, довольно свободно. Если ученики будутъ затрудняться, то надо обращаться къ наглядности и выяснять смыслъ выраженія: «больше въ нѣсколько разъ».

Лишь тогда, когда основательно будетъ пройдено увеличеніе въ нѣсколько разъ, умѣстно возвратиться къ увеличенію на нѣсколько единицъ и сопоставить оба рода увеличенія. Сдѣлать это можно и на предметахъ; или же можно замѣнить данныя выраженія болѣе легкими: «на 2 копейки больше — значитъ лишнихъ 2 копейки», «вдвое больше — значитъ у одного дважды такая сумма, какая у другого». Когда не будутъ сбиваться при легкихъ выраженіяхъ, тогда введемъ обыкновенные термины: «Какое число тремя больше пяти?» «Какое втрое больше пяти?»

Дѣленіе.

60. Таблица дѣленія. Ученики неоднократно должны были замѣчать послѣдовательность, въ которой составляются таблицы. Поэтому теперь достаточно небольшой помощи учителя, преимущественно вначалѣ, чтобы получилась таблица: 2 : 2, 4 : 2, 6 : 2, 8 : 2, 10 : 2, 12 : 2, 14 : 2, 16 : 2, 18 : 2, 20 : 2; 3 : 3, 6 : 3, 9 : 3, 12 : 3, 15 : 3, 18 : 3; 4 : 4, 8 : 4, 16 : 4, 20 : 4; 5 : 5, 10 : 5, 15 : 5, 20 : 5; 6 : 6, 12 : 6, 18 : 6; 7 : 7, 14 : 7; 8 : 8, 16 : 8; 9 : 9, 18 : 9. Излагать ее можно сперва

по частямъ; напр., одинъ ученикъ говоритъ одинъ результатъ, другой ученикъ говоритъ слѣдующій результатъ и т. д.; или такъ: одинъ ученикъ говоритъ дѣленіе на 2, другой — дѣленіе на 3 и т. д.; затѣмъ всѣ дѣленія записываются и повторяются нѣсколько разъ хоромъ. Дѣленіе по содержанію должно пользоваться не меньшимъ вниманіемъ, чѣмъ дѣленіе на части. Всѣ результаты надо пройти сперва съ терминами дѣленія на части («раздѣлить на двоихъ, троихъ» и т. д.), а потомъ съ терминами дѣленія по содержанію («раздѣлить на пары, тройки» и т. д.). Такъ какъ твердое усвоеніе требуетъ нѣсколькихъ уроковъ, то повторительные вопросы вразбивку лучше всего чередовать: на одномъ урокѣ дѣлить на части, а на другомъ по содержанію. Наглядность нужна будетъ лишь въ нѣкоторыхъ случаяхъ, притомъ скорѣе не въ тѣхъ, гдѣ добывается результатъ, а въ тѣхъ, гдѣ выясняется связь между дѣйствіями. Именно, наглядно указывается связь между умноженіемъ и дѣленіемъ. Учитель предлагаетъ раздать дюжину карандашей поровну на 3 парты; дѣйствіе записывается: $12 : 3 = 4$. «А если эти карандаши взять отъ васъ обратно, то сколько карандашей я наберу?» — «12». — «Какимъ дѣйствіемъ получается этотъ отвѣтъ 12?» — «$3 \times 4 = 12$». Это же свойство указывается и на отвлеченныхъ примѣрахъ. «Сколько будетъ, если 20 раздѣлить на пары?» «А что составляютъ 10 паръ?» За нѣсколькими примѣрами учителя начинаютъ и ученики говорить свои подобные примѣры.

61. На предметномъ счетѣ и на отвлеченныхъ примѣрахъ указывается также связь между обоими случаями дѣленія. «Возьмемъ 15 кубиковъ. Раздѣлимъ ихъ на троихъ. По скольку будетъ?» «А если раздѣлить на тройки, сколько будетъ?» По образцу этого примѣра дѣти придумываютъ свои и выражаютъ хотя такъ: «12 раздѣлить на двоихъ, будетъ по шести; 12 раздѣлить на пары, будетъ шесть». Для разнообразія занятій, ученики могутъ говорить попарно, напр. 1-ый: «14 раздѣлить семерымъ, будетъ по два», 2-ой дополняетъ: «14 раздѣлить на пары, будетъ 7».

Ученики пріобрѣли уже достаточный навыкъ въ письмѣ. Имъ пора пользоваться этимъ навыкомъ, тѣмъ болѣе, что при этомъ онъ еще сильнѣе развивается. Примѣры, которые ученики придумываютъ, пусть записываются въ тетрадяхъ и прочитываются, по требованію учителя.

62. Дѣленіе съ остаткомъ. Покончивши съ дѣленіемъ безъ остатка, обращаемся къ тому случаю, когда получается остатокъ. Взявъ какое-нибудь число, напр. 20, дѣлимъ его по порядку на пары,

тройки и т. д. Когда получается остатокъ, читаемъ такъ: «20 раздѣлить на тройки, будетъ 6 и двѣ единицы въ остаткѣ». Или, для дѣленія на части: «20 раздѣлить на троихъ, будетъ по 6 и двѣ единицы въ остаткѣ». Конечно, выраженіе «на троихъ» можетъ быть замѣнено другимъ: «на три равныя части». Остатокъ лучше всего подписывать подъ дѣлимымъ.

Если частное таково, что можетъ быть вычислено при помощи простѣйшихъ дробей, то мы обязаны воспользоваться этимъ практически важнымъ путемъ вычисленія. Изъ, дробей доступны на этой ступени половина и четверть. Онѣ болѣе понятны дѣтямъ, когда совершается дѣленіе на части; поэтому безъ труда могутъ быть пройдены вопросы: «13 коп. раздѣлить на двоихъ», «13 коп. раздѣлить на четверыхъ» и т. п.; вопросъ же: «сколько пудовъ купимъ на 13 руб., если будемъ платить за пудъ по 4 руб.?» не легокъ, такъкакъ приводитъ къ дѣленію по содержанію. Нагляднымъ пособіемъпри ознакомленіи съ четвертыми долями можно взять: четвертинку листа, кружка, четверть палочки, бумажной полоски, линіи, начерченной въ тетрадяхъ или на доскѣ. и т. п.

Всѣ вопросы, гдѣ встрѣчаются дроби, рѣшаются устно или наглядно, Письменное обозначеніе дробей отложимъ до 2-го года.

63. Уменьшеніе въ нѣсколько разъ. Основная забота учителя заключается въ томъ, чтобы дѣти поняли, чтò значатъ слова «меньше въ два, три и т. д. разъ». Если начертить на доскѣ, положимъ, 15 кружочковъ и раздѣлить ихъ чертами на 3 одинаковыхъ группы, то видно, что во всей строкѣ кружочковъ больше, чѣмъ въ отдѣльной группѣ. «Сколько кружочковъ всего?» «Сколько ихъ въ каждой части?» «Столько ли въ каждой части, сколько всего?» — «Нѣтъ, меньше». — «Во сколько разъ 5 меньше 15?» — «Втрое». — «Почему?» — «Въ пятнадцати три пятка, а въ пяти только одинъ». (Этими вопросами поясняется, чтò значитъ «меньше въ нѣсколько разъ».) «Какъ я получилъ изъ 15 пять?» — «Раздѣлили 15 на 3 равныя части». — «Вдвое меньше 12 — сколько будетъ?» — «Вдвое меньше 12 будетъ 6». — «Какъ получить этотъ отвѣтъ 6?» — «12 : 2 = 6».

Остается еще самому учителю дать нѣсколько такихъ примѣровъ, а потомъ потребовать подобныхъ примѣровъ отъ учениковъ.

64. Задачи на дѣленіе на части. Главнымъ содержаніемъ ихъ въ нашемъ сборникѣ является нахожденіе такого числа, которое меньше даннаго въ извѣстное число разъ. Напр. «Стальной ножикъ стоитъ 18 коп., а желѣзный втрое дешевле; сколько стоитъ желѣзный

ножикъ?» Если ученики не могутъ найти отвѣта, то надо пояснить значеніе словъ: «втрое дешевле», а для этого дать наводящій вопросъ «сколько желѣзныхъ ножей дадутъ за одинъ стальной?» и тогда понятно будетъ, что цѣну стального ножа слѣдуетъ раздѣлить на 3 равныя части.

Нѣкоторыя задачи на дѣленіе полезно рѣшать на предметахъ, въ нѣкоторыхъ же достаточно ограничиться только отвѣтомъ. Но никакъ нельзя упускать изъ вида записыванія рѣшенія хотя бы двухъ задачъ въ теченіе урока. При записываніи точно указывается то дѣйствіе, которымъ находится отвѣтъ, и, слѣдовательно, этотъ путь ближайшимъ образомъ ведетъ къ разграниченію дѣйствій. До сихъ поръ ученики въ состояніи были писать такое рѣшеніе, которое предварительно разобрано устно или на предметахъ. Теперь полезно дѣлать шагъ впередъ и требовать самостоятельнаго записыванія. Дѣлается это такъ. Читается условіе: «Сколько перьевъ въ полдюжинѣ?» (Что такое дюжина, разъяснить, конечно, наглядно и спросить, какіе предметы считаются дюжинами.) Отвѣтъ можно спросить для облегченія дѣтей; и если учитель находитъ задачу нетрудной, то прямо говоритъ: «рѣшите и запишите!» Ученики пишутъ въ тетрадяхъ строку «12 : 2 =6». Учитель обходитъ парты и просматриваетъ. Ученики, не принадлежащіе къ лучшимъ, прочитываютъ строку, затѣмъ кто-нибудь изъ слабыхъ пишетъ ее на классной доскѣ, въ то время какъ не успѣвшіе рѣшить пишутъ въ тетрадяхъ.

Съ дѣленія или даже умноженія въ предѣлѣ 20 пора начать объясненіе задачъ. Сдѣлать это ранѣе было трудно, такъ какъ при сложеніи и вычитаніи вниманіе устремлялось на письмо цифръ, обозначеніе чиселъ до 20 и самостоятельное записываніе строкъ. Простѣйшая форма объясненія слѣдующая. Ученики послѣдовательно говорятъ, что показываетъ каждое изъ чиселъ, помѣщенныхъ въ записи. Напр. для предыдущей задачи: «12 — столько перьевъ: 2 (двѣ) полдюжины; 6 перьевъ въ полдюжинѣ» или болѣе отдѣланное изложеніе: «было 12 перьевъ; ихъ раздѣлили на 2 полдюжины, получилось въ каждой полдюжинѣ 6 перьевъ». Отъ учителя требуется большое терпѣніе и настойчивость, чтобы подобныя объясненія шли съ успѣхомъ. Онъ долженъ выслушать первую часть объясненія, т.-е. «12 — столько перьевъ», не суетясь, не торопя и не прерывая, а лишь указывая на число 12, написанное на классной доскѣ. Если что-нибудь нужно исправить, то пусть учитель сдѣлаетъ это только тогда, когда ученикъ кончилъ; исправленное мѣсто требуетъ повторенія: сперва повторитъ тотъ,

кто ошибся, а потомъ и другіе. Если ученикъ остановится, не зная, какъ продолжить, то вызвать другого, знающаго, и велѣть говорить сначала; учитель же долженъ самъ говорить лишь въ крайнихъ случаяхъ, и тогда пусть онъ скажетъ всю фразу, а не отрывокъ ея, и пусть эта фраза, какъ образцовая, будетъ повторена.

За первымъ числомъ, т.-е. 12, объясняется второе, т.-е. 2, и, наконецъ, третье, т.-е. 6. Далѣе: «кто разскажетъ все вмѣстѣ?» Первыя объясненія идутъ со значительнымъ трудомъ и требуютъ не мало времени, но подобныя траты труда и времени всегда вознаграждаются. Особенно цѣнно, если къ изложеніямъ будутъ привлекаться слабые ученики, такъ какъ иначе они будутъ лишь механически переписывать строки съ классной доски къ себѣ въ тетради.

65. Задачи на дѣленіе по содержанію. Этотъ видъ дѣленія пройденъ отчасти еще въ предѣлѣ перваго десятка, но и въ данномъ предѣлѣ онъ представляетъ значительныя затрудненія, гораздо большія тѣхъ, которыя встрѣчаемъ при дѣленіи на части. Дана задача: «Лавочникъ съ фунта соленой рыбы беретъ 6 коп. прибыли; со сколькихъ фунтовъ получитъ онъ 18 коп. прибыли?» При разработкѣ ея будемъ держаться слѣдующаго опредѣленнаго порядка: a) найдемъ отвѣтъ, b) запишемъ дѣйствіе, c) прочитаемъ написанную строку и d) объяснимъ ее.

Отвѣтъ ученики найдутъ безъ большого труда. Таблица дѣленія не велика и можетъ быть хорошо усвоена. Если ученики все-таки ея не знаютъ, то доберутся до отвѣта при помощи предыдущихъ дѣйствій или даже произведутъ расчетъ на предметахъ: черточкахъ, кружочкахъ и т. п.

Найденный отвѣтъ служитъ ключомъ къ записыванію строчки. «Каковъ отвѣтъ?» «Каковы данныя числа?» Ученики указываютъ 3, 18 и 6. «Пишите строку, но только такъ, чтобы въ отвѣтѣ получить 3». Получается строка: $18 : 6 = 3$.

Прочитываютъ подобныя строки иногда неудачно: вмѣсто дѣленія по содержанію указывается дѣленіе на части. Ошибочный отвѣтъ опровергается такъ: «чего у васъ 18?» — «Копеекъ». — «Раздѣлите 18 коп. на 6 равныхъ частей, по скольку получите?» — «По 3 коп.» — «А у васъ 3 фунта, а не 3 коп., значитъ, вы прочитали не вѣрно». Тогда ученикамъ придется прочитать иначе, правильно: «18 коп. раздѣлить по 6 коп., будетъ 3, столько фунтовъ рыбы продалъ лавочникъ».

Объясненіе идетъ въ порядкѣ, указанномъ выше, т.-е. говорится отдѣльно, каково значеніе каждаго изъ чиселъ, данныхъ въ задачѣ,

и искомаго. Для нашей задачи допустимо такое объясненіе: «18 — столько копеекъ получилъ лавочникъ всей прибыли, 6 коп. прибыли беретъ онъ съ фунта, 3 фунта ему надо продать».

Особеннаго вниманія заслуживаютъ вопросы, въ родѣ «сколько пятачковъ въ двугривенномъ?», «сколько пятковъ въ 20?», «сколько 3-къ въ 12?» Они важны въ томъ отношеніи, что, не разобравъ ихъ основательно, нельзя разумно пройти и задачъ на кратное сравненіе.

66. Кратное сравненіе. Къ нему относятся вопросы о томъ, во сколько разъ первое число (дѣлимое) больше второго (дѣлителя), а второе меньше перваго.

На мѣрахъ и вообще на наглядныхъ пособіяхъ еще разъ повторяется, что значитъ, напр., «втрое больше». «Почему сажень втрое больше аршина?» — «Въ сажени 3 аршина, поэтому она втрое больше аршина». — «Почему 12 вдвое больше шести?» — «Въ 12-ти двѣ шестерки, а въ шести одна».

«У одного ученика 10 перьевъ, а у другого 20; во сколько разъ у второго больше?» Задача разрабатывается въ томъ порядкѣ, какой указанъ выше: a) спрашивается отвѣтъ; если не скажутъ, то навести «сколько десятковъ въ 20?» b) ученики пишутъ такую строку рѣшенія, чтобы отвѣтъ ея равнялся двумъ; наведеніе — «какъ изъ 20 и 10 получили 2?» c) эта строка прочитывается «20 раздѣлить на десятки, будетъ два» и d) объясняется.

67. Задачи на всѣ четыре дѣйствія. Среди нихъ болѣе сбивчивы тѣ, въ которыхъ встрѣчается вопросъ, «на сколько больше» вмѣстѣ съ вопросомъ «во сколько разъ больше». Предъ подобными задачами полезно помѣщать бѣглый счетъ на разностное и кратное сравненіе, съ тою цѣлью, чтобы напомнить дѣтямъ разницу между обоими видами сравненія.

Двойныя и тройныя (т.-е. рѣшаемыя 2-мя и 3-мя дѣйствіями) задачи могутъ затруднять дѣтей преимущественно тогда, когда среди дѣйствій встрѣчается дѣленіе по содержанію, или же увеличеніе или уменьшеніе числа. Тогда, въ случаѣ необходимости, учитель можетъ выдѣлить затрудняющее мѣсто, пройти его предварительно на другихъ числахъ, а потомъ обратиться къ данной задачѣ. Напр. дана задача: «Портниха сшила: утромъ 5 рукавовъ да вечеромъ 8. На сколько платьевъ хватитъ этихъ рукавовъ?» Затруднить здѣсь можетъ дѣленіе по содержанію, притомъ съ остаткомъ. Поэтому, если группа состоитъ не изъ особенно способныхъ учениковъ, то разрабатываемъ два предварительныхъ вопроса: a) на сколько платьевъ требуется

10 рукавовъ — здѣсь болѣе легкое дѣленіе по содержанію, именно безъ остатка; b) на сколько платьевъ хватитъ 11 рукавовъ — здѣсь болѣе трудное дѣленіе по содержанію, именно съ остаткомъ. — Послѣ этихъ двухъ предварительныхъ задачъ рѣшаемъ уже и данную.

Въ болѣе значительныхъ затрудненіяхъ примѣнимъ и такой путь, что учитель читаетъ задачу съ промежуточными вопросами, ученики рѣшаютъ ее, а потомъ уже дается та же задача, только съ измѣненными числами, но уже безъ промежуточныхъ вопросовъ. Напр. задача: «У 2 братьевъ было 15 крючковъ для уженья рыбы. Когда старшій потерялъ 1 крючокъ, тогда у нихъ стало поровну; сколько крючковъ было у каждаго сначала?» Учитель читаетъ, а ученики продѣлываютъ сперва такой рядъ вопросовъ: «У 2 братьевъ было 15 крючковъ для уженья рыбы; когда старшій потерялъ 3 крючка, то (что спрашивается?) сколько крючковъ осталось у обоихъ братьевъ вмѣстѣ?» «Если при этомъ осталось у нихъ поровну, то (что можно отсюда узнать?) сколько осталось у каждаго? «А сколько у каждаго было вначалѣ?»

Если задача такимъ образомъ расчленена, то никакъ нельзя довольствоваться подобнымъ дробнымъ рѣшеніемъ, а обязательно надо, перемѣнивши числа, вновь прочитать условіе и провести все рѣшеніе безъ всякихъ вставокъ и перерывовъ.

Однообразное рѣшеніе задачъ не должно имѣть мѣста ни въ какомъ случаѣ. Большой вредъ принесла бы выработка такого порядка рѣшенія, который примѣнялся бы безъ измѣненія во всѣ три года. Даже и для одного перваго года вредно было бы принять одинъ порядокъ рѣшенія. Въ зависимости отъ количества учебныхъ часовъ, рѣшеніе идетъ болѣе или менѣе подробно. Въ зависимости отъ развитія учениковъ, помощь, оказываемая учителемъ, должна, съ теченіемъ времени, все уменьшаться. Въ отдѣлѣ «Задачи на сложеніе и вычитаніе въ предѣлѣ 20» данъ образецъ рѣшенія, согласно которому дѣйствія, разбросанныя устно или наглядно, записываются учениками самостоятельно, а затѣмъ уже повѣряются учителемъ. Поднимаясь на слѣдующую высшую ступень, опустимъ предварительный разборъ и потребуемъ отъ учениковъ, чтобы строки были написаны ими безъ вспомогательнаго объясненія. Читаемъ, напр., задачу: «Двѣ подруги сложились и купили 2 арш. лентъ; одна дала 9 коп., другая 5 коп.; что стóитъ аршинъ лентъ?» Послѣ прочтенія и, если не усвоили, повторенія условія, задаемъ: «напишите строчки». Ученики пишутъ 2 строчки: $9 + 5 = 14$, $14 : 2 = 7$. Пока пишутъ, учитель обходитъ парты и просматриваетъ. Когда около половины учениковъ написали, строчки переносятся

на классную доску и объясняются такъ, какъ указано выше, т.-е. упоминается, что обозначаетъ каждое изъ помѣщенныхъ въ строкѣ чиселъ.

Съ особой настойчивостью долженъ учитель стремиться къ тому, чтобы дѣти научились самостоятельно записывать строки рѣшенія. Въ этомъ умѣніи записывать двойныя задачи заключается, въ сущности, искусство рѣшенія какихъ угодно длинныхъ задачъ (исключая замысловатыхъ).

Иногда, обходя парты, учитель замѣчаетъ, что у большинства учениковъ строки написаны невѣрно. Тогда приходится помочь наводящимъ вопросомъ или нагляднымъ рѣшеніемъ, или объясненіемъ, которое дастъ ученикъ, умѣющій рѣшить задачу. Но помощь никакъ не должна касаться всѣхъ строкъ, а исключительно только первой; первая строка пусть будетъ у всѣхъ написана и подробно объяснена, а потомъ пусть ученики попытаются написать вторую строку самостоятельно; это въ большинствѣ случаевъ и удается, такъ какъ, продѣлавши первую строку, мы тѣмъ самымъ ближе вникаемъ въ смыслъ второй.

Общіе выводы о дѣйствіяхъ въ предѣлѣ 20.

68. Наглядность. Дѣйствія въ предѣлѣ 20 менѣе нуждаются въ наглядности, чѣмъ дѣйствія въ предѣлѣ 10. Она нужна, главнымъ образомъ, при счетѣ, при кратномъ сравненіи и при рѣшеніи болѣе трудныхъ задачъ.

Изъ наглядныхъ пособій, удобныхъ именно въ предѣлѣ 20, укажемъ еще слѣдующее. Берется длинный горизонтальный стержень; на него надѣвается 20 шариковъ, въ родѣ косточекъ, помѣщаемыхъ на торговыхъ счетахъ. 10 шариковъ окрашены въ одинъ цвѣтъ, а другіе 10 шариковъ въ другой цвѣтъ: такой разницей цвѣтовъ оттѣняется граница между первымъ и вторымъ десяткомъ. Это пособіе одинаково полезно при всѣхъ 4 дѣйствіяхъ.

Дѣйствія въ предѣлѣ 20 допускаютъ, въ значительной мѣрѣ, провѣрочную наглядность, т.-е. результатъ, найденный устно, провѣряется потомъ на предметахъ.

69. Объясненіе производства дѣйствій и рѣшенія задачъ. Языкъ дѣтей, при достаточномъ матеріалѣ, развивается самъ собою съ теченіемъ времени; но развитіе искусства и привычки говорить пой-

детъ несравненно быстрѣе, если на это дѣло обратитъ вниманіе учитель. Пусть ученики сперва говорятъ не очень складно; учитель, терпѣливо выслушивая до конца, исправляетъ крупные промахи, мелкіе же снисходительно опускаетъ; исправленныя мѣста обязательно повторяются. Иногда учитель самъ говоритъ для образца, кратко и просто, и требуетъ подражанія; но это подражаніе не должно заключаться въ заучиваніи дословномъ: пусть дѣти говорятъ своими словами, лишь бы былъ смыслъ въ ихъ рѣчи.

70. Разностное и кратное сравненіе. Еще разъ поговоримъ о нихъ, а также объ увеличеніи и уменьшеніи чиселъ. Эти отдѣлы признаются большинствомъ учителей довольно трудными и сбивчивыми. Съ этимъ согласится и читатель методики, навѣрно, въ томъ случаѣ, когда вспомнитъ свои дѣтскіе годы, когда его начинали учить ариѳметикѣ.

Въ чемъ трудность выраженій «на сколько» и «во сколько разъ»? Не въ томъ ли, что они созвучны? Конечно, созвучность не служитъ къ выгодѣ, но она не очень важна: вѣдь не смѣшиваютъ же дѣти выраженій «присчитать» и «отсчитать».

Трудность скорѣе состоитъ въ томъ, что сравненіе, какъ болѣе высокій актъ умственной дѣятельности, требующій полнаго владѣнія матеріаломъ, подлежащимъ сравниванію, тяготитъ дѣтей, требуетъ отъ нихъ большого напряженія силъ и является работой, часто превосходящей уровень ихъ развитія. Поэтому-то мы занялись вопросами сравненія, увеличенія и уменьшенія лишь въ предѣлѣ 20, а не въ предѣлѣ 10. Но и тутъ не разъ приходится обращаться къ предметному счету, особенно при кратномъ сравненіи.

Главное же затрудненіе заключается въ слѣдующемъ. Выраженія «больше на пять» и «больше въ пять разъ» рѣдко употребляются сельскими дѣтьми въ ихъ обыкновенной разговорной рѣчи. Это выраженія скорѣе литературнаго или научнаго языка, а не простого народнаго. Спросите мальчика «сколько лишняго?» или «сколько недостаетъ (нехватаетъ)?» и онъ быстро пойметъ, о чемъ его спрашиваютъ, рѣшитъ вопросъ и отвѣтитъ правильно: но въ томъ же вопросѣ онъ легко собьется, если выразить требованіе въ менѣе доступной формѣ: «на сколько больше?» или «на сколько меньше?» Точно также вопросъ: «сколько пятковъ въ 20?» вовсе не труденъ, но мы сразу увеличимъ его трудность, если скажемъ такъ: «во сколько разъ 20 больше пяти?»; смыслъ вопроса одинаковъ въ обѣихъ фразахъ, только форма выраженія изъ легкой перешла въ малодоступную. Вотъ средства, облегчающія

изученіе разностнаго и кратнаго сравненія: а) пока дѣти не привыкли къ новымъ выраженіямъ, полезно замѣнять непонятныя слова знакомыми, напр. вмѣсто «въ пять разъ больше» говорить, для разъясненія, «пять разъ по стольку-то», в) терпѣливо исправлять ошибки, встрѣчающіяся въ трудныхъ фразахъ, въ родѣ «12 больше 6 въ два раза»; исправленныя предложенія полезно повторять не одинъ разъ.

Вообще, разностное и кратное сравненіе, увеличеніе и уменьшеніе вовсе не заслуживаютъ какого-нибудь преимущественнаго вниманія преподавателя ариѳметики. Если на нихъ необходимо останавливаться, то не въ силу ихъ внутренней важности, а въ силу малой доступности выраженій и вытекающей отсюда сбивчивости. Употребляя время на изученіе выраженій «больше на столько-то», «больше во столько-то разъ» и т. п., мы оказываемъ услугу, собственно говоря, не ариѳметикѣ, а языку, который въ этой услугѣ, пожалуй, не особенно и нуждается. Итакъ, непроизводительно истратитъ время тотъ преподаватель, который пожелаетъ, чтобы дѣти быстро запомнили эти выраженія и не сбивались въ нихъ. Знаніе ихъ придетъ само собой, безъ большихъ усилій, ариѳметика же не получитъ рѣшительно никакого урона отъ такого поздняго усвоенія.

Промахомъ можно считать тотъ пріемъ, по которому обыкновенное сложеніе и умноженіе сводится къ увеличенію, а вычитаніе и дѣленіе къ уменьшенію. Это значитъ легкое объяснять труднымъ. Вопросы «почему вы употребили дѣйствіе?» въ младшей группѣ преждевременны. Но и въ наводящихъ вопросахъ можно пользоваться не увеличеніемъ и уменьшеніемъ (они сами требуютъ наведенія), а наглядностью или болѣе простымъ дѣйствіемъ. Напр. умноженіе въ трудныхъ случаяхъ мы замѣнимъ сложеніемъ, а никакъ не увеличеніемъ въ нѣсколько разъ. Если дана задача: «Фунтъ муки стóитъ 4 коп.; сколько стóитъ 5 фунт.?», то совершенно неумѣстно наведеніе «1 фунтъ стóитъ 4 к., а 5 фунт. стóятъ впятеро дороже, слѣдовательно, 4 коп. надо взять 5 разъ». Простое, доступное наведеніе должно быть такое: «1 фунтъ стóитъ 4 коп., да еще фунтъ 4 коп., да еще 4 коп...., всего 5 разъ по 4 коп.»

71. Задачи. Простыя задачи должны рѣшаться правильно и увѣренно. Увѣренность выражается въ томъ, что дѣти самостятельно, безъ вмѣшательства учителя, находятъ отвѣтъ и записываютъ дѣйствіе, которымъ отвѣтъ найденъ. Въ младшей группѣ непремѣнно надо достигнуть того, чтобы дѣти могли правильно рѣшить и записать простую задачу.

Что касается сложныхъ задачъ, преимущественно двойныхъ, то и здѣсь желательно достигнуть того же предѣла. Учитель можетъ считать себя вполнѣ удовлетвореннымъ, если къ концу года онъ прочитаетъ условіе двойной задачи, а ученики сами найдутъ отвѣтъ и, главное, запишутъ 2 строки рѣшенія. Умѣнье самостоятельно записывать двойныя задачи — добрый плодъ занятій въ младшей группѣ. Еще отмѣтимъ высокую важность такого пріема: по даннымъ условіямъ ставить вопросъ задачи; особенно это примѣнимо въ простыхъ задачахъ.

Въ началѣ второго полугодія, когда дѣти не привыкли еще къ арабскимъ цифрамъ, на классной доскѣ пишетъ чаще учитель для образца. Съ теченіемъ времени привлекаются къ письму на доскѣ и ученики. Когда они рѣшаютъ задачу и самостоятельно пишутъ строки, одинъ изъ слабыхъ можетъ писать на доскѣ.

72. Бѣглый счетъ. Въ предѣлѣ 20 можно ввести нѣкоторые новые виды бѣглаго счета.

Пишется на доскѣ рядъ формулъ: $9+8$, $6+7$, $5+9$, $6+8$, $4+7$; ученики вычисляютъ и даютъ отвѣты. Не стирая предыдущихъ строкъ, приписываемъ къ нимъ еще по дѣйствію; получимъ, напр., такъ: $9+8-10$, $6+7-11$, $5+9-12$, $6+8-13$, $4+7-14$. Ученики вычисляютъ (въ послѣдней строкѣ отвѣтъ: «отъ 11 нельзя отнять 14»). Приписывается еще по дѣйствію къ каждой строкѣ и т. д. Этимъ упражненіемъ хорошо усвоиваются табличные результаты. Раздробленіе и превращеніе вполнѣ доступны и умѣстны еще въ младшемъ отдѣленіи. Они даютъ длинный рядъ однородныхъ вопросовъ и поэтому пригодны для бѣглаго счета.

73. Самостоятельныя работы. Новыя темы для самостоятельныхъ работъ:

1) Опредѣленіе задуманнаго числа. Приготовляя къ этой работѣ, пишемъ на классной доскѣ, напр., три сложенія: $8+4=12, 7+9=16$, $9+11=20$; затѣмъ стираемъ первыя слагаемыя и предлагаемъ возстановить ихъ, высчитавши ихъ величину; потомъ пишемъ нѣсколько строкъ, гдѣ первыя слагаемыя пропущены и ихъ мѣста оставлены пустыми; ученики должны смекнуть, каковы эти первыя слагаемыя. Для начала лучше взять болѣе легкіе примѣры, гдѣ слагаемыя равны между собою: $+6=12$, $+7=14$, $+10=20$ и т. п. Когда нѣсколько подобныхъ строкъ продѣлано съ учителемъ, можно дать эту работу для самостоятельнаго занятія. На классной доскѣ мѣсто пропущеннаго слагаемаго, и вообще пропущеннаго числа, оставляется незанятымъ или же на немъ пишется знакъ вопроса.

2) Самостоятельное разложеніе числа на слагаемыя и производителей. Сперва работа продѣлывается съ учителемъ: «Сколько да сколько составитъ 10?» Отвѣтовъ нѣсколько: 9 + 1 = 10, 7 + 3 = 10, 8 + 2 = 10, и т. п. Полезно было бы показать ученикамъ, какъ располагать подобныя строки въ порядкѣ: 1 + 9 = 10, 2 + 8 = 10, 3 + 7 = 10, 6 + 4 = 10 и т. д.

Если работы пишутся въ тетрадяхъ, то онѣ должны быть исполнены чисто и въ порядкѣ. Наблюдать за этимъ теперь уже не особенно трудно, не такъ, какъ въ первое полугодіе.

СТУПЕНЬ III.

Счетъ въ предѣлѣ 100.

Нумерація.

74. Счетъ десятками. Бесѣда начинается съ вопроса: «Что у васъ въ деревнѣ считаютъ десятками?» — «Яйца, огурцы, яблоки». — «Мы будемъ считать палочки». Берутся палочки, перевязанныя въ пучки по 10 штукъ; пучки эти можно вѣшать на горизонтальную проволоку, чтобы всѣмъ ученикамъ хорошо было видно. Отсчитывается сперва десять палочекъ. «Сколько мы насчитали?» — «Десять». — «Какъ сказать иначе?» — «Десятокъ». — «Кто скажетъ все это вмѣстѣ, полно?» — «Мы насчитали десятокъ, или десять». Сосчитывается еще десятокъ. «Сколько всего палочекъ насчитали?» — «Два десятка, или двадцать». Далѣе говорятъ: «3 десятка, или тридцать», «4 десятка, или сорокъ», кончая: «10 десятковъ, или 100». Оба выраженія, т.-е., напр., «4 десятка» и «сорокъ» произносятся съ тою цѣлью, чтобы уяснить значеніе словъ «двадцать», «тридцать» и т. д. Рядъ именъ: «двадцать», «тридцать», «сорокъ» и т. д. полезно повторить нѣсколько разъ въ одиночку и хоромъ, точно такъ же можно повторить и самый счетъ десятками.

Обратный счетъ совершается подобнымъ же порядкомъ. Отъ «10 десятковъ, или ста» отнимаютъ 10, остается «9 десятковъ, или 90». Счетъ продолжаютъ сами ученики и говорятъ такъ: «отъ 9 десятковъ, т.-е. девяноста, отнять 1 десятокъ, получится 8 десятковъ, т.-е. восемьдесятъ». Обратный рядъ словъ повторяется нѣсколько разъ: «сто, девяносто... десять».

Затѣмъ ученики говорятъ: «два — дцать», «три — дцать» (при этомъ одинъ говоритъ «два» или «три», а другой «дцать»). «Что зна-

чить: «дцать?» «Что значить: два-дцать?», «шесть-десять?» Ученики придумываютъ соотвѣтствующіе примѣры. Наглядно объяснить придется различіе между «восемнадцать» и «восемьдесять», такъ какъ эти слова часто смѣшиваются дѣтьми.

75. Мѣста цыфръ и значеніе нуля. Ранѣе (§ 43. Письменное обозначеніе чиселъ въ предѣлѣ 20) приведена бесѣда о томъ, на какихъ мѣстахъ ставятся цыфры и что обозначаетъ нуль. Эту бесѣду слѣдуетъ теперь провести еще разъ, на числахъ второго десятка. Придемъ къ такимъ выводамъ: а) десятокъ пишется лѣвѣе, а единицы правѣе, в) нуль показываетъ, что единицъ, сверхъ десятковъ, нѣтъ. Эти выводы распространены будутъ на всѣ числа въ предѣлѣ 100.

76. Счетъ въ предѣлѣ 100 и обозначеніе чиселъ. Учитель чертитъ на классной доскѣ 10 палочекъ, а ученики перечерчиваютъ. На свободной сторонѣ доски пишется «10». Подъ 10-ю палочками чертятъ еще 10 и отмѣчаютъ число 20. Въ 3-й строчкѣ чертятъ еще палочку. «Сколько палочекъ во всѣхъ трехъ строчкахъ?» — «21». — «Кто умѣетъ записать двадцать одну?» Знающій ученикъ пишетъ 21, а также, по требованію учителя, 22 и 23. «Напишите въ своихъ тетрадяхъ 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29». При этомъ 2 ученика, вызванные къ доскѣ, пишутъ: первый черточки, а второй числа, показывающія, сколько черточекъ написано всего. «Посмотрите, какъ написано число 29». «Чего у насъ 2 и чего 9?» — «2 десятка и 9 единицъ». — «Покажи, гдѣ 2 десятка черточекъ и гдѣ 9 отдѣльныхъ черточекъ». Нѣсколько человѣкъ повторяютъ: «2 обозначаетъ десятки, а 9 единицы». — «Кто обозначитъ тридцать?» Одинъ изъ учениковъ пишетъ «30», а другой дополняетъ число черточекъ до 30. «Чего у насъ 3?» — «3 десятка». — «Что показываетъ этотъ кружокъ?» — «Кружокъ показываетъ, что есть только одни десятки, а единицъ нѣтъ». Это повторяютъ нѣсколько разъ. «Напишите теперь сами: 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39». «Прочитайте, что написалъ!» «Я начерчу еще нѣсколько палочекъ, такъ что всего ихъ будетъ 39. Сосчитайте, вѣрно ли я написалъ». Идетъ разборъ обозначеній «39» и «40». Черченіе палочекъ, обозначеніе чиселъ, чтеніе и разборъ продолжаются такимъ образомъ до 100. «Кто изъ васъ умѣетъ обозначить сто?» Всѣ пишутъ по образцу того, какъ знающій ученикъ пишетъ на доскѣ. «Сколько сотенъ написано?» «Есть ли, сверхъ сотни, десятки?» — «Кружки показываютъ, что единицъ и десятковъ нѣтъ, а есть только сотня». Это повторяется нѣсколько разъ.

Дѣйствія надъ полными десятками.

77. Сложеніе и вычитаніе. Нѣтъ цѣли разбирать всѣ случаи сложенія и вычитанія подробно и послѣдовательно. Достаточно выяснить лишь общее свойство, что десятками считаютъ такъ же, какъ единицами. Въ дѣйствіяхъ надъ полными десятками ошибки происходятъ отъ незнанія того, каково значеніе словъ «тридцать», «сорокъ» и т. д. Что три десятка да два десятка составятъ 5 десятковъ, это скажетъ всякій ученикъ, а что 30 да 20 будетъ пятьдесятъ, этого въ началѣ многіе не скажутъ.

На наглядныхъ пособіяхъ, напр. на пучкахъ палочекъ, идетъ присчитываніе и отсчитываніе 20-ти, 30-ти, 40 и т. д. Примѣры могутъ предлагать сами ученики. При этомъ дѣйствіе излагается полно: «къ 2 десяткамъ, или двадцати, прибавить 2 десятка, или двадцать, получится 4 десятка, или 40». Если бы подобное объясненіе затруднило учениковъ, то его можно расчленить на два, поручивши одну фразу одному ученику, а другую другому: «къ двумъ десяткамъ прибавить 2 десятка, получится 4 десятка» (это говоритъ первый) и «къ двадцати прибавить двадцать, получится сорокъ» (это говоритъ второй).

Кромѣ наглядности, значительную помощь оказываетъ записываніе слагаемыхъ. «Сложить 40 съ 30». «Запишите эти числа». Но, вѣдь, чтобы записать эти числа, надо вникнуть, сколько десятковъ въ каждомъ изъ нихъ; какъ только это сдѣлано, само дѣйствіе уже не представляетъ труда.

Наглядными упражненіями, а также письменнымъ и устнымъ счетомъ дѣти пріобрѣтутъ навыкъ въ сложеніи и вычитаніи полныхъ десятковъ. Большую пользу принесетъ разложеніе полныхъ десятковъ на слагаемыя, состоящія тоже изъ полныхъ десятковъ.

78. Умноженіе и дѣленіе. Они изучаются въ той же послѣдовательности, какъ и сложеніе съ вычитаніемъ, т.-е. сперва наглядно, на пучкахъ, потомъ съ помощью письменныхъ обозначеній и, наконецъ, устно. При устномъ вычисленіи часто придется пользоваться наглядностью, именно для напоминанія, что сорокъ, напр., ни что иное, какъ 4 десятка, 4 пучка.

Не считая умноженія десяти на однозначныя числа и на десять, имѣемъ всего 8 случаевъ умноженія полныхъ десятковъ: 20×2, 20×3, 20×4, 20×5; 30×2, 30×3; 40×2, 50×2.

При дѣленіи на части хорошо бы ввести и дѣленіе съ остаткомъ. Дѣти не должны привыкать останавливаться передъ неизвѣстными

имъ, но нетрудными случаями. Напр., дѣля 50 пополамъ, они могутъ сказать: «20 и 10 въ остаткѣ», или «$2^1/_2$ десятка», или же, наконецъ, просто «25». Случаи, въ родѣ «80 раздѣлить на 40 равныхъ частей», на этой ступени преждевременны. Дѣйствительно, 8 пучковъ нельзя раздѣлить сорока человѣкамъ, не развязывая пучковъ, т.-е. не дробя десятковъ въ единицы; если же мы сдѣлаемъ раздробленіе, то не получимъ уже полныхъ десятковъ и нельзя уже будетъ приложить правила: «дѣйствія надъ полными десятками производятся такъ же, какъ надъ единицами».

По этой же причинѣ рано разбирать такіе вопросы на дѣленіе по содержанію: «сколько паръ въ 20, 40?» и т. д. Возможно лишь дѣленіе по десяти, по 20-ти, по 30-ти и т. д.

79. Задачи. Путь ихъ разработки остается тотъ, какой прилагался въ предѣлѣ 20. Попутно съ изученіемъ дѣйствій надъ полными десятками, вырабатывается умѣнье писать строки, которыя приводятъ къ отвѣту. Раньше было уже указано и теперь опять не лишнее вспомнить, что очень полезно читать условіе задачи не все, а пропуская вопросъ, съ тѣмъ, чтобы ученики возстановили пропущенный вопросъ.

Счетъ парами, тройками и т. д.

80. Цѣль этого отдѣла. Счетъ единицами и десятками знакомитъ съ числами въ предѣлѣ 100. Но это знакомство будетъ еще совершеннѣе, если мы пройдемъ, сверхъ того, счетъ парами, тройками и т. д. Времени на это достанетъ, такъ какъ курсъ младшаго отдѣленія вовсе не великъ. Разработать же этотъ отдѣлъ значитъ оказать существенную помощь всѣмъ 4 дѣйствіямъ въ предѣлѣ 100. Сверхъ того, представляется случай показать на достаточномъ числѣ примѣровъ, какъ пользоваться торговыми счетами.

Если въ младшей группѣ остается въ концѣ года свободное время, то вмѣсто счета парами, тройками и т. д. не менѣе полезно будетъ заняться сложеніемъ и вычитаніемъ въ предѣлѣ 100, хотя это, собственно говоря, относится, по программѣ, уже къ курсу 2-го года.

81. Объясненіе устройства счетъ. Кромѣ большихъ классныхъ счетъ, поставленныхъ такъ, чтобы всѣмъ было видно, желательно, чтобы ученики имѣли ручныя счеты. Учитель говоритъ: «это счеты». «Класть косточки надо на нижней проволокѣ, вотъ такъ: «двѣ». «Прочитай!» Ученикъ читаетъ: «двѣ». «Приложите еще двѣ». Кладутъ. Такъ считаютъ парами до 10. «Отъ какой же руки къ какой отклады-

ваютъ косточки?» — «Косточки откладываютъ отъ правой руки къ лѣвой».

«Мнѣ еще нужно приложить 2 косточки, а ихъ нѣтъ на этой проволокѣ; гдѣ же ихъ взять?» — «Внизу». — «Нѣтъ, тогда бы ихъ лучше нанизать на одну проволоку. Вотъ какъ надо: на этой проволокѣ (указывается вторая проволока) кладутъ десятки; положать одну косточку, значитъ, будетъ 1 десятокъ. Такъ что̀ показываетъ эта косточка?» — «Десятокъ». «А эти двѣ?» — «Двѣ единицы». «Сколько же всего?» — 12.

Съ перваго же урока надо предупредить дѣтей, чтобы они не стучали косточками. «Косточками нельзя стучать. Кто знаетъ, почему?» «Кто умѣетъ положить тихо, не стуча?» «Кто еще лучше положитъ?» «Повторите же, какъ надо класть косточки на счетахъ!» — «Надо косточки класть тихо».

82. Откладываніе паръ. За 14-ю дѣти легко положатъ 16, 18 и 20. При 22-хъ они задумаются, какъ поступить. Тогда стоитъ только напомнить, что они уже замѣняли десять косточекъ нижней проволоки одной косточкой верхней проволоки. При этомъ заучивается правило: «какъ только наберется на нижней проволокѣ 10 косточекъ, такъ ихъ сбросить, а вмѣсто нихъ положить одну косточку на второй проволокѣ». Счетъ по 2 продолжается какъ на классныхъ, такъ и на ручныхъ счетахъ. При этомъ дѣлается разложеніе чиселъ на десятки и единицы, а также повторяются правила о замѣнѣ 10-ти нижнихъ косточекъ одной верхней и о мѣстѣ десятковъ и единицъ. Здѣсь умѣстно сравнить, на какихъ мѣстахъ пишутся десятки и единицы и на какихъ проволокахъ они откладываются. Нѣкоторыя числа отложитъ учитель, а ученики прочитаютъ. При этомъ ученики могутъ впасть въ такую погрѣшность: вмѣсто сорока, напримѣръ, скажутъ тридцать десять. Принявъ такой отвѣтъ, какъ, въ сущности, правильный, стоитъ только переспросить: «сколько же будетъ 30 да 10?»

Дойдя до сотни, слѣдуетъ объяснить, что 10 косточекъ второй проволоки замѣняются одной косточкой третьей, что, слѣдовательно, сотня откладывается на третьей проволокѣ.

Если на счетахъ встрѣчаются четверти рубля и четверти копейки, то проволоки копеекъ и гривенниковъ будутъ проволоками единицъ и десятковъ, а проволока рублей будетъ проволокой сотни.

Обратный счетъ парами, начиная со ста, идетъ подобнымъ же образомъ. Трудность возникаетъ при отниманіи 2-хъ отъ 100, 90 и 80. Здѣсь надо напомнить, что верхняя косточка равносильна 10 нижнимъ, такъ

что достаточно размѣнять 1 верхнюю косточку, чтобъ сдѣлать возможнымъ отниманіе.

83. Устный и письменный счетъ парами. «Слушайте, я начну: два, четыре, шесть, восемь; а вы продолжайте». Ученики говорятъ четныя числа, кончая сотней. Сперва каждый ученикъ говоритъ по одному числу, а потомъ и по нѣскольку. Особенно труденъ переходъ съ 28 на 30, съ 38 на 40. Если ученики будутъ считать слабо, то повторить. Сказавши прямой рядъ чиселъ, начинаютъ говорить обратный: сто, девяносто восемь и т. д.

Письмо четныхъ чиселъ, отъ 2 до 100 и отъ 100 до 2, болѣе всего пригодно для самостоятельной работы. Начало этой работы можно написать для образца на классной доскѣ, или пусть дѣти скажутъ, съ чего начать. Провѣрка заключается въ чтеніи написаннаго, при чемъ, если обнаружится много ошибокъ, то не лишнее переписать еще нѣсколько разъ, такъ какъ запоминаніе подобныхъ таблицъ очень важно.

Работа заканчивается вопросами вразбивку и примѣрами, которые придумываютъ сами ученики: $60+2$, $80-2$, $96+2$ и т. п. Можно разбирать болѣе легкіе вопросы, относящіеся къ умноженію и дѣленію, напр., «сколько будетъ, если 2 взять 50 разъ?» Отвѣтъ: «$2\times10=20$, да еще 20, да еще 20, всего 5 разъ по 20, т.-е. 100». «Сколько паръ въ 80-ти?» Отвѣтъ: «Въ 20 заключается 10 паръ, а въ 80-ти — 40».

84. Счетъ пятками, тройками и т. д. Счетъ пятками поставленъ ранѣе потому, что онъ легче остальныхъ. Пятками, тройками и т. д. считать можно такъ же, какъ выше указано для паръ.

Вотъ для примѣра прямой счетъ пятками: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100.

Въ счетѣ тройками два затрудненія. Во-первыхъ, къ 18 приложить 3. Объясненіе: «8 да 3 будетъ 11, а 11 составляетъ 1 десятокъ и 1 единицу; всего будетъ 21». Во-вторыхъ, отъ 81 отнять 3. Объясненіе: «чтобъ отнять 3, отдѣлимъ 11, 3 изъ 11 — будетъ 8, всего 78». Остальныя трудности преодолѣваются подобно этимъ.

Дневникъ занятій.

Дѣйствія въ предѣлѣ 10.

16 сент. 1 ур. Прямой счетъ въ предѣлѣ 10: простой и порядковый.

17 сент. 2 ур. Присчитываніе единицы.

19 сент. 3 ур. Присчитываніе 2-хъ къ 2, 4, 6, 8, 1, 3, 5, 7; 3-хъ къ 3 и 6; 4-хъ къ 4; 5-ти къ 5.

20 сент. 4 ур. Присчитываніе 3-хъ, 4-хъ и 5-ти.

23 сент. 5 ур. Повтореніе присчитыванія. Разложеніе чиселъ перваго десятка на слагаемыя.

24 сент. 6 ур. Повтореніе присчитыванія. Выведено на примѣрахъ, что сумма не измѣняется при перестановкѣ слагаемыхъ.

27 сент. 7 ур. Задачи на сложеніе: 1—17. Выданы тетради и карандаши; объяснено, какъ ими пользоваться.

29 сент. 8 ур. С а м о с т. р а б. Письмо значковъ: I, V, X.

30 сент. 9 ур. Задачи на сложеніе: 17—31.

3 окт. 10 ур. Обратный счетъ въ предѣлѣ 10. Отсчитываніе единицы и двухъ.

4 окт. 11 ур. Отсчитываніе 3-хъ отъ 9 и 6, 4-хъ отъ 8, 5-ти отъ 10. Римскія цифры: I, II, III, IIII, V, VI, VII, VIII, VIIII, X.

6 окт. 12 ур. С а м о с т. р а б. Письмо значковъ; I, II, III, IIII, V, VI, VII, VIII, VIIII, X.

7 окт. 13 ур. Отсчитываніе 2-хъ отъ 10, 8, 6, 4; 3-хъ отъ 9 и 6; 4-хъ отъ 8; 5 отъ 10. Записываніе римскими цифрами (въ столбецъ).

8 окт. 14 ур. Окончено отсчитываніе.

10 окт. 15 ур. Рѣшеніе задачъ на вычитаніе: 31—41. Записываніе римскими цифрами (въ столбецъ, безъ знаковъ). Повторено присчитываніе и отсчитываніе.

11 окт. 16 ур. Бѣглый счетъ на сложеніе и вычитаніе (1). Задачи на вычитаніе: 41—49. Записываніе рѣшенія.

13 окт. 17 ур. С а м о с т. р а б. Примѣры на сложеніе.

14 окт. 18 ур. Бѣглый счетъ на сложеніе и вычитаніе (2). Задачи на вычитаніе: 49—61.

15 окт. 19 ур. Знаки: «присчитать» и «отсчитать». Задачи на сложеніе и вычитаніе: 61—68. Записываніе столбцомъ, со знаками дѣйствій.

16 окт. 20 ур. Бѣглый счетъ на сложеніе и вычитаніе (3). Задачи на сложеніе и вычитаніе: 68—80.

23 окт. 21 ур. Устное вычисленіе строкъ со знакомъ + или — (примѣръ: III + V). Задачи на сложеніе и вычитаніе: 80—90.

25 окт. 22 ур. Знакъ «будетъ». Вычисленіе строкъ со знакомъ + или — (примѣръ: VII — V =). Записываніе вычисленныхъ строкъ. Устное рѣшеніе задачъ на сложеніе и вычитаніе: 90—96.

27 окт. 23 ур. Самост. раб. Примѣры на вычитаніе.

28 окт. 24 ур. Задачи на сложеніе и вычитаніе: 96—101. Повторено сложеніе равныхъ слагаемыхъ.

29 окт. 25 ур. Знакъ «взять». Задачи на умноженіе 101—111. Записываніе рѣшенія строчкой.

31 окт. 26 ур. Повторено умноженіе. Задачи: 111—117.

1 ноября 27 ур. Устное рѣшеніе строкъ, содержащихъ сложеніе равныхъ чиселъ (примѣръ: III + III + III). Задачи на умноженіе: 117—124.

3 ноября 28 ур. Самост. раб. Примѣры на двойное сложеніе.

4 ноября 29 ур. Бѣглый счетъ на умноженіе и сложеніе (4). Задачи на умноженіе: 124—127.

5 ноября 30 ур. Бѣглый счетъ на умноженіе и вычитаніе (4). Задачи на первыя три дѣйствія: 127—132.

7 ноября 31 ур. Бѣглый счетъ на сложеніе и умноженіе (5). Задачи на первыя три дѣйствія: 132—139. Арабская цифра «7».

8 ноября 32 ур. Бѣглый счетъ на вычитаніе и умноженіе (6). Задачи на первыя три дѣйствія: 139—145.

10 ноября 33 ур. Самост. раб. Примѣры на двойное вычитаніе.

11 ноября 34 ур. Бѣглый счетъ: найти задуманное множимое (7). Цифра «4». Задачи на первыя 3 дѣйствія: 145—152.

12 ноября 35 ур. Бѣглый счетъ: найти задуманнаго множителя (8). Цифра «3». Задачи на первыя 3 дѣйствія: 152—156.

15 ноября 36 ур. Дѣленіе на части. Цифра «6».

17 ноября 37 ур. Самост. раб. Примѣры на сложеніе и вычитаніе.

18 ноября 38 ур. Повторено дѣленіе. Знакъ «раздѣлить». Задачи на дѣленіе: 156—166.

19 ноября 39 ур. Рѣшеніе формулъ на умноженіе. Цифра «9». Задачи на дѣленіе: 166—174.

22 ноября 40 ур. Рѣшеніе формулъ на дѣленіе. Цифра «8». Задачи на дѣленіе: 174—184.

24 ноября 41 ур. Самост. раб. Примѣры на сложеніе и вычитаніе.

25 ноября 42 ур. Бѣглый счетъ на дѣленіе и сложеніе (9). Обозначеніе «10». Задачи на дѣленіе: 184—188.

28 ноября 43 ур. Бѣглый счетъ на дѣленіе и вычитаніе (10). Цифры: «2» и «5». Задачи на дѣленіе: 188—195.

1 дек. 44 ур. Самост. раб. Письмо арабскихъ цифръ. Рѣшеніе примѣровъ (на сложеніе и вычитаніе), обозначенныхъ арабскими цифрами.

2 дек. 45 ур. Бѣглый счетъ на дѣленіе и умноженіе (11). Наглядное дѣленіе на пары, тройки, четверки и пятки.

3 дек. 46 ур. Бѣглый счетъ: дѣленіе всѣхъ чиселъ перваго десятка пополамъ (12). Задачи на дѣленіе по содержанію: 195—202.

4 дек. 47 ур. Бѣглый счетъ на двойное дѣленіе (13). Рѣшеніе задачъ на дѣленіе по содержанію: 202—209.

8 дек. 48 ур. Самост. раб. Примѣры на сложеніе равныхъ слагаемыхъ и на умноженіе.

9 дек. 49 ур. Бѣглый счетъ на сложеніе и дѣленіе (14). Задачи на дѣленіе по содержанію: 209—215.

10 дек. 50 ур. Бѣглый счетъ на вычитаніе и дѣленіе (15). Задачи на всѣ дѣйствія: 215—222.

12 дек. 51 ур. Бѣглый счетъ на умноженіе и дѣленіе (16). Задачи на всѣ дѣйствія: 222—229.

13 дек. 52 ур. Бѣглый счетъ на дѣленіе по содержанію (съ остаткомъ) (17). Задачи на всѣ дѣйствія: 229—235.

15 дек. 53 ур. Самост. раб. Примѣры на дѣленіе.

16 дек. 54 ур. Бѣглый счетъ половинъ (18). Задачи на всѣ дѣйствія: 235—242.

17 дек. 55 ур. Бѣглый счетъ: найти задуманное дѣлимое (19). Задачи на всѣ дѣйствія: 242—248.

19 дек. 56 ур. Бѣглый счетъ: найти задуманнаго дѣлителя (20). Задачи на всѣ дѣйствія: 248—254.

20 дек. 57 ур. Бѣглый счетъ на всѣ дѣйствія (21). Задачи на всѣ дѣйствія: 254—259.

Дѣйствія въ предѣлѣ 20.

7 янв. 58 ур. Прямой и обратный счетъ въ предѣлѣ 20. Разложеніе чиселъ на десятокъ и единицы, составленіе изъ десятка и единицъ и письменное обозначеніе.

9 янв. 59 ур. Прямой и обратный счетъ парами, пятками и десятками. Задачи на сложеніе: 259—265.

10 янв. 60 ур. Счетъ четверками. Задачи на сложеніе: 265—268. Повтореніе предыдущихъ уроковъ.

12 янв. 61 ур. Самост. раб. Примѣры прямого счета по 1, 2, 5, 10. Повтореніе дѣленія до 10.

13 янв. 62 ур. Счетъ восьмерками и тройками. Задачи на сложеніе: 268—273.

14 янв. 63 ур. Бѣглый счетъ, прямой и обратный, на пройденное (22). Счетъ шестерками и девятками. Задачи на сложеніе: 273—277.

16 янв. 64 ур. Бѣглый счетъ на увеличеніе числа нѣсколькими единицами (23). Счетъ семерками. Задачи на сложеніе: 277—280.

17 янв. 65 ур. Бѣглый счетъ на уменьшеніе числа нѣсколькими единицами (24). Задачи на вычитаніе: 280—288.

19 янв. 66 ур. Самост. раб. Прямой счетъ по 4, 8, 3, 6, 9, 7. Повтореніе умноженія до 10.

20 янв. 67 ур. Бѣглый счетъ на перестановку слагаемыхъ (25). Задачи на вычитаніе: 288—295.

21 янв. 68 ур. Бѣглый счетъ на увеличеніе и уменьшеніе числа нѣсколькими единицами (26). Задачи на вычитаніе: 295—302.

23 янв. 69 ур. Бѣглый счетъ на разностное сравненіе (27). Задачи на вычитаніе: 302—310.

24 янв. 70 ур. Бѣглый счетъ на сложеніе и вычитаніе (28). Задачи на сложеніе и вычитаніе: 310—317.

26 янв. 71 ур. Самост. раб. Примѣры на сложеніе.

27 янв. 72 ур. Бѣглый счетъ на сложеніе и вычитаніе (29). Задачи на сложеніе и вычитаніе: 317—324.

28 янв. 73 ур. Бѣглый счетъ: неопредѣленные вопросы на сложеніе (30). Задачи на сложеніе и вычитаніе: 324—328.

30 янв. 74 ур. Бѣглый счетъ: неопредѣленные вопросы на вычитаніе (31). Задачи на сложеніе и вычитаніе: 328—336.

31 янв. 75 ур. Бѣглый счетъ: нахожденіе задуманнаго слагаемаго при двойномъ сложеніи (32). Задачи на сложеніе и вычитаніе: 336—344.

3 февр. 76 ур. Бѣглый счетъ на разностное сравненіе (33). Задачи на сложеніе и вычитаніе: 344—350.

4 февр. 77 ур. Умноженіе въ предѣлѣ 20. Задачи на умноженіе: 350—353.

6 февр. 78 ур. Повторено умноженіе. Задачи на умноженіе: 353—361.

7 февр. 79 ур. Бѣглый счетъ на умноженіе (34). Задачи на умноженіе: 361—369.

9 февр. 80 ур. Самост. раб. Примѣры на вычитаніе.

10 февр. 81 ур. Бѣглый счетъ на перестановку производителей(35). Задачи на 3 дѣйствія: 369—375.

11 февр. 82 ур. Бѣглый счетъ на увеличеніе нѣсколькими единицами (23). Задачи на 3 дѣйствія: 375—381.

16 февр. 83 ур. Самост. раб. Примѣры на сложеніе и вычитаніе.

17 февр. 84 ур. Бѣглый счетъ на увеличеніе въ нѣсколько разъ (36). Задачи на 3 дѣйствія: 381—387.

18 февр. 85 ур. Бѣглый счетъ на 3 дѣйствія (37). Задачи на 3 дѣйствія: 387—393.

20 февр. 86 ур. Бѣглый счетъ на увеличеніе (38). Задачи на 3 дѣйствія: 393—400.

21 февр. 87 ур. Бѣглый счетъ: разложеніе числа на множителей (39). Задачи на 3 дѣйствія: 400—405.

23 февр. 88 ур. Самост. раб. Примѣры на сложеніе и вычитаніе.

24 февр. 89 ур. Бѣглый счетъ: разложеніе числа на множителей (39). Задачи на 3 дѣйствія: 405—409.

25 февр. 90 ур. Дѣленіе на части въ пред. 20.

27 февраля 91 ур. Повторено дѣленіе. Задачи на дѣленіе: 409—416.

28 февр. 92 ур. Бѣглый счетъ на дѣленіе (40). Задачи на дѣленіе: 416—424.

3 марта 93 ур. Бѣглый счетъ на умноженіе и дѣленіе (41). Задачи на дѣленіе: 424—432.

4 марта 94 ур. Дѣленіе по содержанію въ пред. 20.

6 марта 95 ур. Повтореніе дѣленія по содержанію. Задачи на дѣленіе: 432—440.

7 марта 96 ур. Бѣглый счетъ на дѣленіе по содержанію (42). Задачи на дѣленіе: 440—448.

9 марта 97 ур. Самост. раб. Примѣры на умноженіе.

10 марта 98 ур. Бѣглый счетъ на оба случая дѣленія (43). Задачи на дѣленіе: 448—456.

11 марта 99 ур. Бѣглый счетъ на уменьшеніе числа въ нѣсколько разъ (45). Задачи па дѣленіе: 456—464.

13 марта 100 ур. Бѣглый счетъ на дѣленіе по содержанію (съ остаткомъ) (46). Задачи на всѣ дѣйствія: 464—472.

14 марта 101 ур. Рѣшеніе формулъ, въ которыхъ отыскивается слагаемое (47). Задачи на всѣ дѣйствія: 472—480.

16 марта 102 ур. Самост. раб. Примѣры на дѣленіе. Нахожденіе задуманныхъ чиселъ.

17 марта 103 ур. Бѣглый счетъ на дѣленіе съ остаткомъ (50). Задачи на всѣ дѣйствія: 480—488.

18 марта 104 ур. Бѣглый счетъ на раздробленіе (52). Задачи на всѣ дѣйствія: 488—495.

20 марта 105 ур. Бѣглый счетъ на превращеніе (53). Задачи на всѣ дѣйствія: 495—501.

Счетъ въ предѣлѣ 100.

21 марта 106 ур. Прямой и обратный счетъ десятками. Объясненіе того, гдѣ пишутся единицы и гдѣ десятки.

23 марта 107 ур. Самост. раб. Примѣры на нахожденіе задуманныхъ чиселъ.

24 марта 108 ур. Счетъ и обозначеніе чиселъ отъ 20 до 100. Объясненіе того, что показываетъ нуль.

27 марта 109 ур. Сложеніе и вычитаніе полныхъ десятковъ (54). Задачи: 501—505.

28 марта 110 ур. Сложеніе и вычитаніе полныхъ десятковъ (55). Задачи: 505—512.

13 апр. 111 ур. Самост. раб. Обозначеніе чиселъ отъ 1 до 100 и отъ 100 до 1.

14 апр. 112 ур. Разложеніе полныхъ десятковъ на слагаемыя. Задачи на сложеніе и вычитаніе полныхъ десятковъ: 512—521.

15 апр. 113 ур. Умноженіе и дѣленіе полныхъ десятковъ (56). Задачи: 521—528.

17 апр. 114 ур. Разложеніе полныхъ десятковъ на части (57). Задачи на умноженіе и дѣленіе: 528—534.

18 апр. 115 ур. Кратное сравненіе полныхъ десятковъ (б. сч.) (58). Задачи: 534—539.

20 апр. 116 ур. Самост. раб. Примѣры на сложеніе и вычитаніе полныхъ десятковъ.

21 апр. 117 ур. Повтореніе счета десятками (59). Задачи: 539—545.

22 апр. 118 ур. Задачи на всѣ дѣйствія съ полными десятками: 545—552.

24 апр. 119 ур. Счетъ десятковъ на пальцахъ, пользуясь 10-ью пальцами обѣихъ рукъ (60). Задачи: 552—559.

25 апр. 120 ур. Счетъ десятковъ на пальцахъ, принимая палецъ за десятокъ. Задачи: 559—565.

28 апр. 121 ур. Объясненіе устройства счетъ. Прикладываніе на счетахъ по 2.

29 апр. 122 ур. Отниманіе на счетахъ по 2. Устный счетъ парами. Письмо четныхъ чиселъ.

1 мая 123 ур. Самост. раб. Примѣры на умноженіе и дѣленіе полныхъ десятковъ.

2 мая 124 ур. Прямой счетъ пятками: на счетахъ, съ записываніемъ и устно.

4 мая 125 ур. Обратный счетъ пятками.

5 мая 126 ур. Прямой счетъ тройками, на счетахъ.

8 мая 127 ур. Прямой счетъ тройками: устно и съ записываніемъ.

11 мая 128 ур. Обратный счетъ тройками.

12 мая 129 ур. Счетъ четверками.

13 мая 130 ур. Счетъ шестерками.

15 мая 131 ур. Счетъ восьмерками.

16 мая 132 ур. Счетъ семерками и девятками.

Примѣчаніе. Задачи и примѣры взяты изъ сборника, составленнаго авторомъ Методики. Вып. I, изд. 7-е. Примѣры бѣглаго счета на стр. 40.



УЧЕБНЫЯ и ДРУГІЯ КНИГИ, ИЗДАННЫЯ КНИГОПРОДАВЦЕМЪ
М. Д. НАУМОВЫМЪ

Москва, Большая Лубянка, д. Страхового Общества „Россія"
складъ изданій въ С.-Петербургѣ, у П. П. Луковникова.

Арефьевъ, А. и **Соколовъ, Аѳ.** Повторительный курсъ ариѳметики для начальныхъ народныхъ училищъ. Изд. 5-е. М. 1898 г. Ц. 10 к. Включено въ программу для церковно-приходскихъ школъ.

Арженииковъ, К. П. Методика начальной ариѳметики. М. 1910 г. Ц. 1 р. 25 к., въ переплетѣ 1 р. 40 к. Изд. 13-е. Уч. Ком. Мин. Нар. Просв. допущ. въ учительскія библіотеки низшихъ училищъ и въ библіотеки учительскихъ институтовъ и семинарій.

— **Сборникъ ариѳметическихъ задачъ и примѣровъ для начальныхъ народныхъ училищъ.** Годъ 1-й. Счетъ до 100, дѣйствія до 20. Изд. 42-е. М. 1910 г. Ц. 15 к. Годъ 2-й. Первая сотня. Первая тысяча. Изд. 47-е. М. 1910 г. Ц. 15 к. Годъ 3-й. Числа любой величины. Изд. 31-е. 1910 г. Ц. 20 к. Особ. Отд. Учен. Комитета М. Н. Просв. допущены къ употребленію въ начальныхъ училищахъ. Годъ 4-й. Обыкновенныя дроби (повтор. курсъ). Метрич. мѣры. Десятичныя дроби. Измѣреніе линій, площадей, поверхностей и объемовъ. Изд. 2-е. 1910 г. Ц. 20 к.

— Отвѣты къ Сборнику ариѳметическихъ задачъ. Изд. 5-е. М. 1909 г. Ц. 5 к.

— Сборникъ упражненій по геометріи для начальныхъ училищъ. М. 1910 г. Изд. 2-е, измѣненное. Вып. 1. Ц. 35 к. Вып. 2-й. М. 1910 г. Ц. 35 к.

Беллюстинъ, В. Директоръ Поливановской учит. семинаріи. Дневникъ занятій по ариѳметикѣ въ начальной школѣ. Изд. 4-е. М. 1910 г. Ц. 15 коп. Допущенъ Уч. Ком. М. Н. Пр. въ учит. библіотеки низш. учебн. заведеній.

— Методика ариѳметики. Курсъ 1-го, 2-го, 3-го и 4-го года обученія. М. 1910 г. Ц. 20 к. Изд. 5-е. Допущена Уч. К. М. Н. Пр. въ учит. библіот. низш. учил. (съ прилож. отвѣтовъ къ сборнику задачъ).

— **Ариѳметическій задачникъ. Составленъ согласно примѣрной программѣ** М. Н. Пр. 1-й годъ обученія. Ц. 12 к., 2-й годъ обученія. Ц. 12 к., 3-й годъ обученія. Ц. 15 к., 4-й годъ обученія. Ц. 12 к. М. 1910 г. Изд. 7-е. Всѣ 4 выпуска допущ. Уч. Ком. М. Н. Пр. къ употребленію въ начальныхъ училищахъ.

Бучинскій, Н. Практическая русская грамматика. Изд. 5-е, испр. и дополненное. М. 1908 г. Ц. 50 к., въ переплетѣ 65 к. Допущена Учен. Ком. Мин. Нар. Просв. въ качествѣ руковод. для пригот. и 1-хъ классовъ средн. учебн. заведеній и къ классн. употребл. въ городск. и уѣздн. училищахъ.

— Начальная русская грамматика для городскихъ, приходскихъ и сельскихъ народныхъ школъ. М. 1900 г. Ц. 25 к. Уч. Ком. М. Н. Пр. допущена для класснаго употребл. въ народн. училищахъ.

Воано. Преподаватель Царскосельской Николаевской гимназіи. Краткая грамматика французскаго языка по Ноэлю и Шапсалю, Плецу и друг. Изд. 3-е, вновь исправленное. 1-е изданіе одобрено Ученымъ Комитетомъ Мин. Нар. Просвѣщенія, какъ руководство для мужскихъ и женскихъ гимназій, прогимназій и реальныхъ училищъ. Москва 1909 г. Цѣна 50 к., въ папкѣ 65 к.

Гика, Д. Зависимость между геометрическими теоремами. Математическо-философское сочиненіе. М. 1890 г. Ц. 1 р. Рекоменд. Ученымъ Комит. М. Н. Пр. для фундамент. библіотекъ средн. учебн. завед. мужск. и женскихъ.

— Задачи для начальнаго обученія ариѳметикѣ. Цѣлыя числа. Изд. 2-е, исправленное и дополненное. Одобрено Учен. Комит. М. Н. Пр. и Духовно-Учебн. Комит. при Святѣйшемъ Синодѣ. М. 1885 г. Ц. 45 к., въ перепл. 60 к.

— Перспектива техническаго рисованія. Для реальныхъ училищъ и профессіональныхъ школъ. М. 1897 г. Ц. 35 к. Одобр. Учен. Ком. Мин. Нар. Просв.

— Элементы геометріи. Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній, съ приложеніемъ коническихъ сѣченій, способовъ рѣшенія задачъ на построеніе и вычисленія объемовъ тѣлъ по теоремѣ Кавальери. Одобр. Учен. Ком. Мин. Нар. Просв., какъ руководство для гимназій и реальныхъ училищъ, и Учебн. Ком. при Свят. Син. Изд. 4-е. М. 1909 г. Ц. 1 р. 35 к., въ переплетѣ 1 р. 50 к.

— Геометрическія задачи на построеніе и методъ ихъ рѣшенія. Одобр. въ качествѣ учебнаго пособія для среднихъ учебныхъ заведеній М. Н. Пр. (отн. отъ 17 августа 1901 г. за № 21647). М. 1908 г. Ц. 75 к. Изд. 2-е.

— Приложеніе алгебры къ геометріи или алгебраическій способъ рѣшенія геометрическихъ задачъ на построеніе. М. 1908 г. Ц. 40 к. Изд. 2-е.

Гика, Д. и Муромцевъ, А. Геометрическія задачи. Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній. Часть 1-я. Задачи плоской геометріи (1773 задачи). Изд. 9-е. М. 1909 г. Ц. 85 к., въ переплетѣ 1 р. Одобр. Уч. К. М. Н. Пр.

— Геометрическія задачи. Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній. Часть 2-я. Задачи геометріи въ пространствѣ (задачи съ 1774 до 8213). Изд. 7-е. М. 1908 г. Ц. 75 к., въ переплетѣ 90 к. Одобр. У. К. М. Н. Пр.

Дубовъ, Д., директоръ Рыбинской гимназіи. Сборникъ фразъ и статей для устныхъ и письменн. упражн., въ переводѣ съ русск. яз. на латинскій. Изд. 4-е. М. 1900 г. Ц. 1 р. 10 к., въ перепл. 1 р. 25 к. Одобр. Учен. Ком. М. Н. Пр.

Ефремовъ, В. Краткій курсъ природовѣдѣнія, составленный по программѣ для первыхъ трехъ клас. гимн. Ч. 1-я. Воздухъ, вода и земля. Курсъ 1-го кл. съ 116 рис. М. 1910 г. Ц. 75 к., въ пер. 90 к. Ч 2 я. Растенія. Курсъ 2-го кл. съ 159 рис. въ текстѣ. Ц. 75 к., въ перепл. 90 к. М. 1910 г. Ч. 3-я. Человѣкъ и животныя. Курсъ 3-го кл. съ 149 рис. въ текстѣ. Ц. 75 к., въ перепл. 90 к. М. 1910 г.

Козьминъ, К., преподаватель Московскаго учительскаго института. Русская хрестоматія для среднихъ классовъ средне-учебныхъ заведеній, городскихъ и уѣздныхъ училищъ. Курсъ II, изд. 18-е. Одобр. Учен. Ком. М. Н. Пр. М. 1910 г. Ц. 75 к., въ переплетѣ 90 к.

— Грамматика церковно-славянскаго языка новаго періода. Съ приложеніемъ образцовъ для этимологическаго и синтактическаго разбора текста Евангелія. Пособіе для городскихъ, уѣздныхъ и сельскихъ училищъ. Изд. 18-е. М. 1910 г. Ц. 50 к., въ перепл. 65 к. Одобр. Уч. К. М. Н. Пр., какъ руководство.

— Церковно-славянская хрестоматія. Пособіе для сельскихъ и городскихъ училищъ. Книга эта служитъ приложеніемъ къ „Грамматикѣ церковно-славянскаго языка". Изд. 4-е. М. 1903 г. Ц. 40 к., въ переплетѣ 55 к.

— Синтаксисъ русскаго языка для средн. учебн. завед. и городск. учил. съ приложеніемъ задачника. Изд. 14-е. М. 1910 г. Ц. 50 к., въ перепл. 65 к.

— Образцы систематическаго диктанта для младшихъ классовъ среднихъ учебныхъ заведеній и городскихъ училищъ. Ч. I. Этимологія. Сост. согласно съ руководствомъ „Русское правописаніе" акад. Я. Грота. Изд. 11-е. М. 1908 г. Ц. 75 к., въ переплетѣ 90 коп. 7-е изд. Допущ. Уч. К. М. Н. Пр. къ классному употребленію въ низшихъ училищахъ.

— То же. Ч. II. Синтаксисъ. Изд. 4-е. М. 1908 г. Ц. 80 к., въ перепл. 95 к. 2-е изд. Уч. К. М. Н. Пр. допущено къ классн. употребл. въ низшихъ училищ.

— Логико-стилистическіе разборы образцовъ прозы и поэзіи. Пособіе при практическомъ изученіи стилистики, теоріи прозы и поэзіи и при веденіи объяснительнаго чтенія на высшей его ступени. Для среднихъ классовъ гимназій, реальныхъ училищъ, учительскихъ институтовъ и семинарій и старшихъ классовъ городскихъ училищъ. Изд. 7-е. Одобр. Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. М. 1908 г. Ц. 1 р., въ переплетѣ 1 р. 15 к.

— Орѳографическія прописи. Пособіе при изученіи орѳографіи. Тетрадь первая. М. 1910 г. Ц. 30 коп. Изд. 2-е.

— Справочный словарь церковно-славянскаго языка. М. 1889 г. Ц. 5 к.

Козьминъ, К. и Покровскій, В. Теорія словесности. Сводъ теоретическихъ положеній, выведенныхъ изъ разбора образцовъ прозы и поэзіи. Изд. 14-е. Одобр. Учен. Комит. М. Н. Пр., М. 1910 г. Ц. 35 к.

— Біографіи и характеристики отечественныхъ образцовыхъ писателей, для городскихъ училищъ и учительскихъ семинарій. Изд. 11-е. Одобр. Учен. Ком. М. Н. Пр. М. 1910 г. Ц. 50 к.

Копевскій, М. Историческія свѣдѣнія о богослужебномъ пѣніи въ ветхозавѣтной, новозавѣтной, вселенской и въ частности русской церквахъ, съ добавленіемъ краткихъ свѣдѣній о преподаваніи церковнаго пѣнія въ начальныхъ школахъ и организаціи пѣвческаго хора. Изд., одобренное Училищнымъ Совѣтомъ при Св. Синодѣ въ учительскія библіотеки церковно-прих. шк. М. 1900 г. Ц. 30 к.

Кругловъ, А. В. „Литература маленькаго народа". Критико-педагогическія бесѣды по вопросамъ дѣтской литературы. 2 выпуска. Допущ. Учен. Ком. Мин. Нар. Просв. въ фундаментальныя библіотеки средн. учебн. завед., въ библ. учительск. инст. и семинарій и въ безплатныя народныя библіотеки и читальни. М. 1897 г. Цѣна каждаго вып. 85 к., въ папкѣ 1 р.

— За чужимъ горбомъ. Повѣсть для дѣтей, съ рисунками въ текстѣ. Одобрена Ученымъ Комит. Мин. Нар. Просв. для ученическихъ библіотекъ среднихъ и низшихъ учебныхъ заведеній. Изд. 2-е. М. 1896 г. Цѣна въ папкѣ 1 р., въ коленкор. перепл. 1 р. 50 к.

Гика, Д. и **Муромцевъ, А.** Геометрическія задачи. Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній. Часть 1-я. Задачи плоской геометріи (1773 задачи). Изд. 9-е. М. 1909 г. Ц. 85 к., въ переплетѣ 1 р. Одобр. Уч. К. М. Н. Пр.
— Геометрическія задачи. Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній. Часть 2-я. Задачи геометріи въ пространствѣ (задачи съ 1774 до 8213). Изд. 7-е. М. 1908 г. Ц. 75 к., въ переплетѣ 90 к. Одобр. У. К. М. Н. Пр.
Дубовъ, Д., директоръ Рыбинской гимназіи. Сборникъ фразъ и статей для устныхъ и письменн. упражн., въ переводѣ съ русск. яз. на латинскій. Изд. 4-е. М. 1900 г. Ц. 1 р. 10 к., въ перепл. 1 р. 25 к. Одобр. Учен. Ком. М. Н. Пр.
Ефремовъ, В. Краткій курсъ природовѣдѣнія, составленный по программѣ для первыхъ трехъ клас. гимн. Ч. 1-я. Воздухъ, вода и земля. Курсъ 1-го кл. съ 116 рис. М. 1910 г. Ц. 75 к., въ пер. 90 к. Ч. 2-я. Растенія. Курсъ 2-го кл. съ 159 рис. въ текстѣ. Ц. 75 к., въ перепл. 90 к. М. 1910 г. Ч. 3-я. Человѣкъ и животныя. Курсъ 3-го кл. съ 149 рис. въ текстѣ. Ц. 75 к., въ перепл. 90 к. М. 1910 г.
Козьминъ, К., преподаватель Московскаго учительскаго института. Русская хрестоматія для среднихъ классовъ средне-учебныхъ заведеній, городскихъ и уѣздныхъ училищъ. Курсъ II, изд. 18-е. Одобр. Учен. Ком. М. Н. Пр. М. 1910 г. Ц. 75 к., въ переплетѣ 90 к.
— Грамматика церковно-славянскаго языка новаго періода. Съ приложеніемъ образцовъ для этимологическаго и синтактическаго разбора текста Евангелія. Пособіе для городскихъ, уѣздныхъ и сельскихъ училищъ. Изд. 18-е. М. 1910 г. Ц. 50 к., въ перепл. 65 к. Одобр. Уч. К. М. Н. Пр., какъ руководство.
— Церковно-славянская хрестоматія. Пособіе для сельскихъ и городскихъ училищъ. Книга эта служитъ приложеніемъ къ „Грамматикѣ церковно-славянскаго языка". Изд. 4-е. М. 1903 г. Ц. 40 к., въ переплетѣ 55 к.
— Синтаксисъ русскаго языка для средн. учебн. завед. и городск. учил. съ приложеніемъ задачника. Изд. 14-е. М. 1910 г. Ц. 50 к., въ перепл. 65 к.
— Образцы систематическаго диктанта для младшихъ классовъ среднихъ учебныхъ заведеній и городскихъ училищъ. Ч. I. Этимологія. Сост. согласно съ руководствомъ „Русское правописаніе" акад. Я. Грота. Изд. 11-е. М. 1908 г. Ц. 75 к., въ переплетѣ 90 коп. 7-е изд. Допущ. Уч. К. М. Н. Пр. къ классному употребленію въ низшихъ училищахъ.
— То же. Ч. II. Синтаксисъ. Изд. 4-е. М. 1908 г. Ц. 80 к., въ перепл. 95 к. 2-е изд. Уч. К. М. Н. Пр. допущено къ классн. употребл. въ низшихъ училищ.
— Логико-стилистическіе разборы образцовъ прозы и поэзіи. Пособіе при практическомъ изученіи стилистики, теоріи прозы и поэзіи и при веденіи объяснительнаго чтенія на высшей его ступени. Для среднихъ классовъ гимназій, реальныхъ училищъ, учительскихъ институтовъ и семинарій и старшихъ классовъ городскихъ училищъ. Изд. 7-е. Одобр. Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. М. 1908 г. Ц. 1 р., въ переплетѣ 1 р. 15 к.
— Орѳографическія прописи. Пособіе при изученіи орѳографіи. Тетрадь первая. М. 1910 г. Ц. 30 коп. Изд. 2-е.
— Справочный словарь церковно-славянскаго языка. М. 1889 г. Ц. 5 к.
Козьминъ, К. и **Покровскій, В.** Теорія словесности. Сводъ теоретическихъ положеній, выведенныхъ изъ разбора образцовъ прозы и поэзіи. Изд. 14-е. Одобр. Учен. Комит. М. Н. Пр., М. 1910 г. Ц. 35 к.
— Біографіи и характеристики отечественныхъ образцовыхъ писателей, для городскихъ училищъ и учительскихъ семинарій. Изд. 11-е. Одобр. Учен. Ком. М. Н. Пр. М. 1910 г. Ц. 50 к.
Коневскій, М. Историческія свѣдѣнія о богослужебномъ пѣніи въ ветхозавѣтной, новозавѣтной, вселенской и въ частности русской церквахъ, съ добавленіемъ краткихъ свѣдѣній о преподаваніи церковнаго пѣнія въ начальныхъ школахъ и организаціи пѣвческаго хора. Изд., одобренное Училищнымъ Совѣтомъ при Св. Синодѣ въ учительскія библіотеки церковно-прих. шк. М. 1900 г. Ц. 30 к.
Кругловъ, А. В. „Литература маленькаго народа". Критико-педагогическія бесѣды по вопросамъ дѣтской литературы. 2 выпуска. Допущ. Учен. Ком. Мин. Нар. Просв. въ фундаментальныя библіотеки средн. учебн. завед., въ библ. учительск. инст. и семинарій и въ безплатныя народныя библіотеки и читальни. М. 1897 г. Цѣна каждаго вып. 85 к., въ папкѣ 1 р.
— За чужимъ горбомъ. Повѣсть для дѣтей, съ рисунками въ текстѣ. Одобрена Ученымъ Комит. Мин. Нар. Просв. для ученическихъ библіотекъ среднихъ и низшихъ учебныхъ заведеній. Изд. 2-е. М. 1896 г. Цѣна въ папкѣ 1 р., въ коленкор. перепл. 1 р. 50 к.

Литвиненко, К. А. Записки по грамматикѣ русскаго языка. Методическое руководство и учебное пособіе для городскихъ, приходскихъ и сельскихъ училищъ. Курсъ 3-го и 4-го года городск. училищъ. М. 1887 г. Ц. 75 к., въ перепл. 90 к.

Любутовъ, Я. Пособіе при изученіи теоріи словесности. М. 1883 г. Ц. 25 к.

Николаевскій, П., директоръ Несвижской учительской семинаріи. Руководство къ изученію главныхъ основаній педагогики въ учительскихъ семинаріяхъ М. Н. Пр. Часть I. Дидактическая пропедевтика, курсъ II класса. Изд. 7-е. Одобр. Уч. К. М. Н. Пр., какъ руководство для учительскихъ семинарій и институтовъ и для учительскихъ библіотекъ нач. уч. М. 1910 г. Ц. 50 к., въ перепл. 65 к.

— Часть II. Педагогическая пропедевтика, курсъ III класса. Изд. 5-е. М. 1909 г. Ц. 50 к., въ переплетѣ 65 к. Одобр. Уч. Ком. М. Н. Пр.

Никитинъ, С. Элементарный курсъ географіи для низшихъ классовъ среднихъ учебн. заведеній и элементарныхъ школъ. Вып. 3-й. Отечествовѣдѣніе. Вып. 4-й. Міровѣдѣніе. 3-е изданіе одобр. Уч. Ком. Мин. Нар. Пр. Изд. 6-е исправл. М. 1905 г. Ц. 50 к., въ переплетѣ 65 к.

Остроумовъ, А., учитель пѣнія въ Поливановской учительской семинаріи. Элементарные уроки пѣнія для учителей начальныхъ училищъ и воспитанниковъ учительскихъ семинарій. М. 1899 г. Ц. 50 к.

Пастуховъ. Пиши правильно. Грамматика-крошка, новый практическій способъ къ изученію правописанія. М. 1909 г. Ц. 10 к.

— „Дружокъ". Годъ I. Азбука для русскаго и церковно-славянскаго чтенія. 3-е изд. М. 1909 г. Ц. 15 к. 2-е изд. допущ. Уч. Ком. М. Н. Пр. къ классн. употребл.

— „Дружокъ". Годъ I. Первая послѣ азбуки книга для чтенія. 3-е изд. М. 1909 г. Ц. 20 к. Допущ. Уч. Ком. М. Н. Пр. къ классному употребленію.

— „Дружокъ". Годъ II. Вторая книжка послѣ азбуки для русскаго и церковно-славянскаго чтенія. Изд. 2-е. М. 1908 г. Ц. 35 к.

Покровскій, Н. Какъ росло и строилось Русское государство. Разсказы изъ русской исторіи. Пособіе для учениковъ I и II класса гимназіи и реальныхъ училищъ. Ч. I. 1910 г. Ц. 75 коп., въ перепл. 90 коп. съ рисунками. Часть II. Изд. 2-е. М. 1910 г. Ц. 75 коп., въ перепл. 90 коп. Допущ. Учен. Ком. М. Н. Пр., какъ пособіе для младш. классовъ средн. учебн. заведеній.

Рождественскій, А., преподаватель Костромского реальнаго училища. Краткій очеркъ химическихъ явленій. Примѣнительно къ программѣ для реальныхъ училищъ. М. 1896 г. Ц. 40 к., въ перепл. 55 к. Одобр. Уч. Ком. Мин. Нар. Просв.

Соколовъ, Аѳ. Азбука русская и церк.-слав., съ письмен. самостоят. упражн. учениковъ при изученіи каждой буквы. Изд. 4-е. М. 1904 г. Ц. 15 к. Допущ. Уч. Ком. М. Н. Пр., какъ учебное руков. для низш. училищъ.

— Методическое руководство къ „Азбукѣ русской и церковно-славянской" въ подробныхъ примѣрныхъ урокахъ. Изданіе 4-е. М. 1904 г. Ц. 30 к. Допущено въ библіотеки низшихъ училищъ.

— Объяснительный словарь церковно-славянскаго языка, съ самостоятельными упражненіями учениковъ въ заучиваніи церковно-славянскихъ словъ. Изд. 3-е, исправленное и дополненное. М. 1901 г. Ц. 10 к. Допущ. Уч. К. М. Н. Пр. къ классному употребленію въ низшихъ училищахъ.

— Письменныя упражненія по Закону Божію въ начал. школѣ. Священ. исторія Новаго Завѣта и молитвы. Книжка 1-я для учащихся. М. 1904 г. Ц. 10 к.

— Письменныя упражненія по Закону Божію въ начальной школѣ, методическія замѣтки для преподавателя Закона Божія. М. 1904 г. Ц. 10 к.

— Сборникъ диктантовъ. Дополнительная книжка къ методической грамматикѣ. Изд. 3-е. М. 1899 г. Ц. 20 к. Въ 3-мъ изд. эта книга Особ. Отд. Уч. Ком. М. Н. Пр. одобрена къ употребленію въ народныхъ школахъ въ качествѣ учебнаго пособія.

— Методическая грамматика. Элементарное руководство по русскому языку. Допущ. Ж. М. Н. Пр. 1902 г., № 3. Ц. 25 к.

— Уроки христіанскаго ученія. Концентрическій учебникъ для начальныхъ школъ. Допущ. Ж. Мин. Нар. Просв. 1882 г., № 2. Изд. 7-е. М. 1907 г. Ц. 30 к.

Ширяевъ. Элементарный атласъ діаграммъ цвѣтковыхъ растеній. Курсъ городскихъ училищъ. М. 1902 г. Ц. 75 к. Уч. Ком. М. Н. Пр. допущ. въ библ. средн. и низш. учебн. заведеній.

Ѳедоровъ. Первые уроки обученія грамотѣ по наглядно-звуковому методу. 1903 г. Ц. 20 к.
